Examen - Sucesiones y series numéricas

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	4	4	4	5	3	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (4 puntos)

Ejercicio 1 – Límites (4 puntos)

Calcula:

a. (1 pt) $\lim \frac{n^2-3}{4n^2+n}$

b. (1,5 pt) $\lim \left(1-\frac{3}{n}\right)^{2n}$

c. (1,5 pt) $\lim \left(\sqrt{n+3}-\sqrt{n}\right)$

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Sumas de series (4 puntos)

Calcula la suma.

a. (2 pt) $\sum_{n\geq 0} 3\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

b. (2 pt) $\sum_{n\geq 1} \frac{2}{n(n+2)}$

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Carácter de series (4 puntos)

Estudia la convergencia.

a. (1 pt) $\sum \frac{3^n}{n!}$

b. (1,5 pt) $\sum \frac{n}{n^2+1}$

c. (1,5 pt) $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ (absoluta y condicional)

Ejercicio 4 (5 puntos)

Ejercicio 4 – Problema: insulina (5 puntos)

Un paciente se inyecta 20 unidades de un medicamento cada día y el cuerpo elimina el 75 % entre dos inyecciones.

a. (1 pt) Escribe la recurrencia de la cantidad a_n tras la inyección n, con $a_1 = 20$.
b. (1 pt) Calcula a_2 y a_3.
c. (2 pt) Halla la fórmula de a_n como suma geométrica.
d. (1 pt) Calcula el nivel de equilibrio.

Ejercicio 5 (3 puntos)

Ejercicio 5 – Sucesión recurrente (3 puntos)

Sea $a_1 = 0$ y $a_{n+1} = \frac{a_n+6}{2}$.

a. (1 pt) Demuestra por inducción que a_n.
b. (1 pt) Demuestra que es creciente.
c. (1 pt) Calcula el límite.