Examen - Lógica, conjuntos y demostraciones

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	4	4	4	6	2	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (4 puntos)

Ejercicio 1 – Lógica proposicional (4 puntos)

Sean p y q proposiciones.

a. (2 pt) Demuestra con una tabla de verdad que $[p \wedge (p \to q)] \to q$ es una tautología.
b. (1 pt) ¿Cómo se llama esta regla de inferencia?
c. (1 pt) Escribe la negación de $p \to (q \vee r)$.

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Cuantificadores (4 puntos)

Trabaja en $\mathbb{R}$.

a. (2 pt) Decide si $\forall x\, \exists y:\ x + y = 0$ y $\exists y\, \forall x:\ x + y = 0$ son verdaderas.
b. (2 pt) Niega: «f es acotada»: $\exists M > 0\, \forall x:\ |f(x)| \leq M$.

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Problema: deportes en un colegio mayor (4 puntos)

En un colegio mayor de Granada viven 80 estudiantes: 45 juegan al pádel, 38 al baloncesto y 20 a los dos.

a. (2 pt) ¿Cuántos practican al menos uno de los dos deportes?
b. (1 pt) ¿Cuántos ninguno?
c. (1 pt) ¿Cuántos solo pádel?

Ejercicio 4 (6 puntos)

Ejercicio 4 – Inducción (6 puntos)

Demuestra por inducción.

a. (3 pt) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.
b. (3 pt) $n^3 - n$ es divisible por 6 para todo $n \geq 1$.

Ejercicio 5 (2 puntos)

Ejercicio 5 – Reducción al absurdo (2 puntos)

Demuestra que $\sqrt{3}$ es irracional.

a. (2 pt) Usa que si $3 \mid p^2$, entonces $3 \mid p$.