Examen - Límites y continuidad

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	5	3	4	3	5	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (5 puntos)

Ejercicio 1 – Cálculo de límites

Calcula los límites siguientes razonando cada paso.

a. $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}$

b. $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sin 2x}$

c. $\lim_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{x}$

Ejercicio 2 (3 puntos)

Ejercicio 2 – Continuidad con parámetros

Sea $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin(ax)}{x} & x0. \end{cases}$

a. Calcula los límites laterales de f en 0 en función de a y b.
b. Halla a y b para que f sea continua en 0.

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Asíntotas y discontinuidades

Estudia $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$.

a. Dominio y clasificación de las discontinuidades.
b. Asíntotas verticales y horizontales.

Ejercicio 4 (3 puntos)

Ejercicio 4 – Bolzano y existencia de soluciones

Se quiere resolver $\cos x = x$.

a. Demuestra que la ecuación tiene una solución en $[0, 1]$.
b. Aplica una vez la bisección y da un intervalo de longitud $0{,}5$ que contenga la raíz.

Ejercicio 5 (5 puntos)

Problema – La tarifa de un parque acuático

Un parque acuático de Tarragona cobra por persona $P(n) = 12$ € si el grupo tiene menos de 10 personas, $P(n) = 10$ € si tiene de 10 a 24 y $P(n) = 9$ € desde 25. Sea $I(n) = n \cdot P(n)$ el ingreso total (en euros) para un grupo de n personas.

a. Calcula $I(9)$, $I(10)$, $I(24)$ y $I(25)$.
b. Un grupo de 9 pagaría más que uno de 10: explica la paradoja.
c. La dirección propone una tarifa continua $P(x) = 12 - 0{,}2x$ para $0 \leq x \leq 10$. Calcula $\lim_{x \to 10^-} P(x)$ y compáralo con 10 €.
d. Explica con límites laterales por qué la tarifa original no es continua.