Examen - Integrales y aplicaciones

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	6	4	4	3	3	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (6 puntos)

Ejercicio 1 – Técnicas de integración

Calcula las integrales siguientes.

a. $\displaystyle\int \frac{2x+3}{x^2+3x+5}\,dx$

b. $\displaystyle\int_0^1 xe^{-x}\,dx$

c. $\displaystyle\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4}$

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Área entre curvas

Calcula el área limitada por $y=\sqrt{x}$ y $y=x^2$ entre sus puntos de corte.

a. Halla los puntos de corte y la posición relativa.
b. Calcula el área.

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Integral impropia

Estudia la convergencia de las integrales.

a. $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}$

b. $\displaystyle\int_0^{\infty} xe^{-x}\,dx$

Ejercicio 4 (3 puntos)

Ejercicio 4 – Volumen de revolución

Se hace girar alrededor del eje x la región bajo $y = \dfrac{1}{x}$ entre $x = 1$ y $x = \infty$ (trompeta de Gabriel).

a. Calcula el volumen $\pi \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$.
b. Comenta por qué el volumen es finito aunque la región es infinita.

Ejercicio 5 (3 puntos)

Problema – Un tanque que se vacía

Un tanque de una planta potabilizadora de Zaragoza contiene 500 m³ y se vacía con un caudal de salida (en m³/min) $q(t) = 0{,}6t$ durante los primeros 30 minutos.

a. Calcula el volumen que sale entre $t = 0$ y $t = 30$.
b. ¿Cuánto queda en el tanque a los 30 minutos?
c. ¿En qué instante se habrá vaciado un cuarto del volumen inicial?
d. Escribe la función $V(t)$ del volumen del tanque y calcula $V'(10)$.