Soluciones del examen - Inferencia estadística

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

Criterios. Se valora el error estándar, el valor crítico y una interpretación correcta del intervalo.

a. $48 \pm 1{,}96 \cdot \frac{20}{10} = 48 \pm 3{,}92 = [44{,}08;\ 51{,}92]$ €. El error estándar es $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{10} = 2$ y el valor crítico, $z_{0{,}025} = 1{,}96$. El margen de error es de 3,92 €.

b. Con un procedimiento que acierta en el 95 % de las muestras, el gasto medio de todos los clientes está entre 44,08 y 51,92 €. No significa que el 95 % de los clientes gaste esa cantidad.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

Criterios. Se valora el intervalo para la proporción y el redondeo hacia arriba del tamaño.

a. $0{,}25 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{400}} = 0{,}25 \pm 0{,}042$. La proporción muestral es $\hat{p} = \frac{100}{400} = 0{,}25$ y su error estándar, $\sqrt{\frac{0{,}1875}{400}} \approx 0{,}0217$. El intervalo es $[0{,}208;\ 0{,}292]$: entre el 20,8 % y el 29,2 % de la población usa el transporte a diario.

b. $n = \frac{1{,}96^2 \cdot 0{,}1875}{0{,}0009} \approx 800{,}3$: 801 personas. Se despeja n de $E = z\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$: $n = \frac{z^2 p(1-p)}{E^2}$. Se redondea siempre hacia arriba para que el error no supere 0,03.

Solución del ejercicio 3 (5 puntos)

Criterios. Se valora la secuencia completa del contraste: hipótesis, estadístico, p-valor y conclusión.

a. $H_0 : \mu = 30$ frente a $H_1 : \mu < 30$. Es un contraste unilateral a la izquierda, porque se quiere probar que el tiempo medio es menor.

b. $z = \frac{29-30}{3/6} = -2$; p-valor $= P(Z < -2) \approx 0{,}0228$. El error estándar es $\frac{3}{\sqrt{36}} = 0{,}5$; con $n = 36$ se puede usar la normal.

c. Se rechaza H_0: hay evidencia de que el montaje medio es menor de 30 minutos. Como el p-valor $0{,}0228 < 0{,}05$, se rechaza H_0; equivalentemente, $z = -2 < -1{,}645$, el valor crítico al 5 %.

Solución del ejercicio 4 (4 puntos)

Criterios. Se valora usar el error estándar $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ en la tipificación.

a. $N\left(25, \frac{4}{4}\right) = N(25, 1)$. La media muestral de una normal es normal, con la misma media y desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{16}} = 1$ minuto. La media de 16 viajes varía mucho menos que un viaje suelto.
b. $P(Z > 2) \approx 0{,}0228$. Tipificamos: $z = \frac{27-25}{1} = 2$, y $P(Z > 2) = 1 - 0{,}9772$. Solo en un 2,28 % de las muestras de 16 viajes la media supera los 27 minutos.

Solución del ejercicio 5 (3 puntos)

Criterios. Se valora relacionar los errores con el contexto y con la elección de α.

a. Tipo I: sancionar a un deportista limpio. Tipo II: no detectar a uno dopado. La probabilidad del error de tipo I es α.
b. Socialmente se considera más grave el tipo I (castigar a un inocente), por eso se elige un α muy pequeño, aceptando un β mayor. Con un tamaño de muestra fijo, disminuir α aumenta β.