Examen - Espacios vectoriales

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	3	4	5	4	4	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (3 puntos)

Ejercicio 1 – Subespacios (3 puntos)

Decide razonadamente si son subespacios de $\mathbb{R}^3$.

a. (1,5 pt) $A = \{(x, y, z) : \ x = 2y, \ z = 0\}$
b. (1,5 pt) $B = \{(x, y, z) : \ x \geq 0\}$

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Independencia con parámetro (4 puntos)

Sean $u = (1, 1, 0)$, $v = (0, 1, 1)$ y $w = (1, k, 1)$.

a. (2 pt) Halla los valores de k para los que son linealmente dependientes.
b. (2 pt) Para ese valor, escribe w como combinación lineal de u y v.

Ejercicio 3 (5 puntos)

Ejercicio 3 – Base, dimensión y ecuaciones (5 puntos)

Sea $U = \langle (1, 2, 0, 1), (2, 4, 1, 3), (0, 0, 1, 1) \rangle \subset \mathbb{R}^4$.

a. (2 pt) Calcula $\dim U$ y una base.
b. (2 pt) Halla unas ecuaciones implícitas de U.
c. (1 pt) ¿Pertenece $(1, 2, 3, 4)$ a U?

Ejercicio 4 (4 puntos)

Ejercicio 4 – Coordenadas (4 puntos)

Sea $B = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\}$.

a. (1 pt) Comprueba que B es base de $\mathbb{R}^3$.
b. (2 pt) Halla las coordenadas de $v = (2, 3, 1)$ en B.

c. (1 pt) ¿Qué vector tiene coordenadas $(1, -1, 2)$ en B?

Ejercicio 5 (4 puntos)

Ejercicio 5 – Fórmula de Grassmann (4 puntos)

En $\mathbb{R}^4$, $U = \langle (1,0,0,1), (0,1,1,0) \rangle$ y $W = \langle (1,1,0,0), (0,0,1,1) \rangle$.

a. (2 pt) Calcula $\dim(U + W)$.
b. (1 pt) Deduce $\dim(U \cap W)$.
c. (1 pt) Halla una base de $U \cap W$.