Examen - Derivadas y desarrollo de Taylor

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	5	4	4	4	3	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (5 puntos)

Ejercicio 1 – Cálculo de derivadas

Deriva y simplifica.

a. $f(x) = x^2 \ln x$

b. $g(x) = \dfrac{e^{2x}}{1 + x^2}$

c. $h(x) = \arctan(3x)$

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Límites con L'Hôpital y Taylor

Calcula los límites.

a. $\lim_{x \to 0} \dfrac{x - \sin x}{x^3}$

b. $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Estudio de una función

Sea $f(x) = \dfrac{x^2}{x - 1}$.

a. Dominio y asíntotas.
b. Intervalos de monotonía y extremos.

Ejercicio 4 (4 puntos)

Ejercicio 4 – Optimización

Se quiere construir una caja sin tapa con base cuadrada y volumen 32 dm³ usando la menor cantidad de material.

a. Escribe la superficie en función del lado x de la base.
b. Halla las dimensiones óptimas y la superficie mínima.

Ejercicio 5 (3 puntos)

Problema – El lanzamiento de un cohete de agua

En una feria de ciencia de Málaga, un grupo de estudiantes lanza un cohete de agua. Su altura (en metros) a los t segundos es $h(t) = -5t^2 + 30t$ mientras el cohete está en el aire.

a. Calcula la velocidad $h'(t)$ y el instante en que el cohete alcanza su altura máxima.
b. Calcula la altura máxima.
c. ¿En qué instante vuelve al suelo y con qué velocidad llega?
d. Aproxima con la diferencial la variación de altura entre $t = 2$ y $t = 2{,}1$ y compárala con el valor exacto.