Examen - Cálculo en varias variables

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	4	4	4	5	3	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (4 puntos)

Ejercicio 1 – Gradiente (4 puntos)

Sea $f(x, y) = x^2y + y^3$.

a. (1,5 pt) Calcula $\nabla f(1, 1)$.
b. (1,5 pt) Calcula la derivada direccional en $(1, 1)$ según $u = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$.
c. (1 pt) ¿Cuál es la máxima tasa de crecimiento en ese punto?

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Plano tangente (4 puntos)

Sea $z = xe^y$.

a. (2 pt) Escribe el plano tangente en $(2, 0, 2)$.
b. (2 pt) Estima $f(2{,}1;\ -0{,}1)$ y compara con el valor exacto.

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Extremos libres (4 puntos)

Sea $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x$.

a. (2 pt) Halla los puntos críticos.
b. (2 pt) Clasifícalos.

Ejercicio 4 (5 puntos)

Ejercicio 4 – Problema: un cartel publicitario (5 puntos)

Un ayuntamiento de Jaén coloca carteles rectangulares de $x \times y$ metros. El marco cuesta 1 €/m en los lados horizontales y 2 €/m en los verticales, y hay 48 € por cartel, es decir, $2x + 4y = 48$.

a. (1 pt) Plantea el problema de maximizar el área.
b. (3 pt) Resuélvelo con multiplicadores de Lagrange.
c. (1 pt) Interpreta el multiplicador.

Ejercicio 5 (3 puntos)

Ejercicio 5 – Integral doble (3 puntos)

Calcula $\iint_R xy^2\,dA$ con $R = [0,3] \times [0,2]$.

a. (3 pt) Calcula la integral iterada indicando cada paso.