Examen - Aplicaciones lineales

Curso: Universidad 1 · Duración: 90 minutos · /20

Nombre:	Fecha:	**Nota: /20**

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
puntos	4	4	4	5	3	**20**
Nota						

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1 (4 puntos)

Ejercicio 1 – Núcleo e imagen (4 puntos)

Sea $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$, $f(x,y,z)=(x-y+2z,\ 2x+y+z,\ x+2y-z)$.

a. (1 pt) Escribe su matriz y calcula el rango.
b. (1,5 pt) Halla una base del núcleo.
c. (1,5 pt) Halla una base y la ecuación implícita de la imagen.

Ejercicio 2 (4 puntos)

Ejercicio 2 – Composición e inversa (4 puntos)

Sean $f(x,y)=(x+2y,\ y)$ y $g(x,y)=(2x,\ x+y)$.

a. (2 pt) Calcula las matrices de $g\circ f$ y $f\circ g$.
b. (2 pt) Calcula $(g\circ f)^{-1}$.

Ejercicio 3 (4 puntos)

Ejercicio 3 – Cambio de base (4 puntos)

Sea f de matriz $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\{(1,1),(1,-1)\}$.

a. (2 pt) Calcula $f(1,1)$ y $f(1,-1)$.
b. (2 pt) Escribe la matriz de f en la base B.

Ejercicio 4 (5 puntos)

Ejercicio 4 – Problema: la sombra de un dron (5 puntos)

A mediodía, la sombra de un dron que sobrevuela un campo de Albacete es su proyección vertical sobre el suelo: $p(x,y,z)=(x,y,0)$.

a. (1 pt) Escribe la matriz de p.
b. (1,5 pt) Halla núcleo e imagen e interprétalos.
c. (1 pt) Comprueba que $P^2 = P$.
d. (1,5 pt) Dos drones en $(3, 4, 10)$ y $(3, 4, 25)$: ¿qué sombra producen? ¿Por qué p no es inyectiva?

Ejercicio 5 (3 puntos)

Ejercicio 5 – Aplicación definida por una base (3 puntos)

Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ lineal con $f(1, 1) = (3, 1)$ y $f(1, -1) = (1, 3)$.

a. (2 pt) Calcula $f(1, 0)$, $f(0, 1)$ y la matriz de f.
b. (1 pt) Calcula $f(5, 1)$.