Apuntes - Proporcionalidad y regla de tres

Curso: 6 Primaria

Si compras más cosas, pagas más. A veces la relación es proporcional y podemos calcular con ella. Veamos cómo.

Actividad de introducción: la receta de la abuela

La abuela de Carlos hace 12 croquetas con 2 cucharadas de harina. Carlos quiere preparar 36 croquetas para la fiesta. ¿Cuántas cucharadas necesita? Como quiere el triple de croquetas, necesitará el triple de harina: 6 cucharadas. Cuando al multiplicar una cantidad por un número la otra también se multiplica por ese número, decimos que son directamente proporcionales. Este capítulo te enseña a reconocerlas con tablas, a calcular con proporciones y reglas de tres y a descubrir cuándo una relación no es proporcional.

Magnitudes proporcionales

Definición: magnitudes proporcionales

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si al duplicar una se duplica la otra, al triplicar una se triplica la otra, y así siempre.

Propiedad: tabla de proporcionalidad

En una tabla de proporcionalidad, el cociente entre cada pareja de valores es constante.

Kilos de manzanas	1	2	3	5
Precio (euros)	2	4	6	10

Ejemplo 1

En la tabla, ¿cuál es la constante?

$2 : 1 = 4 : 2 = 6 : 3 =$ **2**. Son 2 euros por kilo.

Proporciones

Definición: proporción

Una **proporción** es la igualdad de dos razones: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Los productos cruzados son

iguales: $a \cdot d = b \cdot c$.

Ejemplo 2

Halla x en $\frac{3}{4} = \frac{x}{12}$.

$3 \cdot 12 = 4 \cdot x$, así que $x = 36 : 4 = 9$.

Reducción a la unidad y regla de tres

Método: reducción a la unidad

1. Calcula el valor de 1 unidad dividiendo.
2. Multiplica por la cantidad pedida.

Ejemplo 3

5 cuadernos cuestan 15 euros. ¿Cuánto cuestan 8?

1 cuaderno: 15 : 5 = 3 euros. 8 cuadernos: 8 × 3 = **24 euros**.

Método: regla de tres directa

1. Escribe una tabla con los datos y la incógnita.
2. Iguala las razones.
3. Resuelve con los productos cruzados.

Ejemplo 4

Un coche recorre 180 km en 2 horas. ¿Cuántos recorre en 5 horas a la misma velocidad?

$\frac{180}{2} = \frac{x}{5}$, así que $x = 180 \cdot 5 : 2 = 450$ km.

Cuando no hay proporcionalidad

¡Atención!

No todo es proporcional. Si un niño mide 130 cm a los 9 años, no medirá 260 cm a los 18. Y si el lado de un cuadrado se duplica, el área se multiplica por 4.

Observación

Para comprobar si dos magnitudes son proporcionales, comprueba si el cociente de cada pareja es el mismo.

Más ejemplos

Ejemplo 5

Un grifo llena 12 litros en 3 minutos. ¿Cuántos litros llena en 10 minutos?

1 minuto: 12 : 3 = 4 litros. 10 minutos: 4 × 10 = **40 litros**.

Ejemplo 6

¿Es proporcional la relación entre la edad de una persona y su altura?

No. Una persona no duplica su altura al duplicar su edad.

La constante de proporcionalidad

Definición: constante de proporcionalidad

En una tabla de proporcionalidad directa, el cociente entre cada valor de la segunda magnitud y el de la primera es siempre el mismo número. Ese número se llama **constante de proporcionalidad** (por ejemplo, el precio de un kilo, la velocidad en km por hora o los litros por minuto).

Método: comprobar si una tabla es de proporcionalidad

1. Calcula el cociente de cada pareja de valores (segunda fila : primera fila).
2. Si todos los cocientes son iguales, es proporcional y ese número es la constante.
3. Si algún cociente es distinto, no es proporcional.

Ejemplo 7

Comprueba si la tabla es proporcional: 2 m de cinta cuestan 3 €, 5 m cuestan 7,50 € y 8 m cuestan 12 €.

Los cocientes son 3 : 2 = 1,5; 7,5 : 5 = 1,5 y 12 : 8 = 1,5. Todos coinciden: es proporcional, con una constante de 1,50 € por metro.

Repartos proporcionales

Regla: reparto proporcional

Para repartir una cantidad de forma proporcional a unos números: (1) se suman los números, (2) se divide la cantidad entre esa suma para obtener lo que corresponde a cada unidad y (3) se multiplica ese resultado por cada número.

Ejemplo 8

Dos hermanos, Ana y Luis, aportan 30 € y 20 € para comprar un regalo y ganan 15 € en una rifa de clase. ¿Cómo se reparten las ganancias?

Aportan 30 + 20 = 50 €. 15 : 50 = 0,30 € por euro aportado. Ana: 30 · 0,30 = 9 €. Luis: 20 · 0,30 = 6 €. Se comprueba: 9 + 6 = 15 €.

Ejemplo 9

Una receta de bizcocho para 6 personas necesita 240 g de harina. ¿Cuánta harina hace falta para 15 personas?

Regla de tres: 240 : 6 = x : 15. x = 240 · 15 : 6 = 3 600 : 6 = 600 g. Con reducción a la unidad: 240 : 6 = 40 g por persona; 15 · 40 = 600 g.

Ejemplo 10

Un niño pesa 3 kg al nacer y 12 kg a los 18 meses. ¿Pesará 48 kg a los 6 años (cuatro veces más)?

No: el peso y la edad no son proporcionales. Si lo fueran, a los 6 años (72 meses) pesaría 3 · 4 = 12 veces más, es decir, 144 kg, algo imposible.

¡Atención! Errores frecuentes

- Suponer que todo es proporcional: la edad y la altura, o el lado y el área, no lo son.
- Colocar mal los datos en la regla de tres (unidades distintas en la misma columna).
- Dividir al revés en la reducción a la unidad: el precio de 1 se obtiene dividiendo el precio entre el número de unidades.
- En un reparto proporcional, olvidar comprobar que la suma de las partes es el total.

¿Sabías que...?

La regla de tres se llamaba «regla de oro» en la Edad Media porque los comerciantes la usaban para calcular precios, cambios de moneda y repartos. Fibonacci la explicó en su «Liber Abaci» (1202), y en España se enseñó durante siglos en los libros de aritmética mercantil. Con ella se pueden resolver miles de problemas con solo tres datos.

El consejo de Otto

Haz una tabla y busca el valor de 1. Con la reducción a la unidad casi cualquier problema de proporcionalidad se resuelve.