Apuntes - Fracciones: operaciones

Curso: 6 Primaria

Con las fracciones se puede sumar, restar, multiplicar y dividir. Cada operación tiene su método y conviene simplificar siempre el resultado.

Actividad de introducción: la tableta de chocolate

Elena tiene una tableta de 24 onzas. Se come $\frac{1}{4}$ de la tableta y su hermano Pablo, $\frac{1}{3}$. ¿Cuántas onzas ha comido cada uno? ¿Qué parte de la tableta queda? Para saberlo hay que calcular fracciones de una cantidad (24 : 4 = 6 onzas y 24 : 3 = 8 onzas), sumar fracciones con distinto denominador ($\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$) y restar al entero (queda $\frac{5}{12}$, o sea 10 onzas). En este capítulo aprenderás a sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones con seguridad, y a usarlas para resolver problemas de la vida diaria.

Sumar y restar

Regla: mismo denominador

Con el mismo denominador se suman o restan los numeradores y se deja el denominador: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

Método: distinto denominador

1. Calcula el m.c.m. de los denominadores.
2. Pasa cada fracción a otra equivalente con ese denominador.
3. Suma o resta los numeradores.
4. Simplifica el resultado.

Ejemplo 1

Calcula $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$.

m.c.m.(3, 4) = 12. $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$.

Ejemplo 2

Calcula $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$.

m.c.m. = 12. $\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.

Multiplicar

Regla: multiplicar

Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Ejemplo 3

Calcula $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$.

$\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Dividir

Regla: dividir

Dividir entre una fracción es multiplicar por su inversa: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$.

Ejemplo 4

Calcula $\frac{3}{4} : \frac{3}{8}$.

$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{24}{12} = 2$.

Fracción de una cantidad y números mixtos

Regla: fracción de una cantidad

Divide la cantidad entre el denominador y multiplica por el numerador.

Ejemplo 5

Calcula los $\frac{3}{5}$ de 45.

45 : 5 = 9 y 9 × 3 = **27**.

Observación

Una fracción mayor que 1 se puede escribir como número mixto: $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$.

¡Atención!

No sumes numeradores con numeradores y denominadores con denominadores: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ no es $\frac{2}{5}$.

Problemas con fracciones

Ejemplo 6

En una caja hay 24 bombones. Ana se come $\frac{1}{3}$ y Luis $\frac{1}{4}$. ¿Cuántos bombones quedan?

Ana: 24 : 3 = 8. Luis: 24 : 4 = 6. Comen 8 + 6 = 14. Quedan 24 − 14 = **10 bombones**. También se puede resolver con fracciones: $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$ y quedan $\frac{5}{12}$ de 24, que son 10.

Ejemplo 7

Una receta necesita $\frac{3}{4}$ de litro de leche. Si hacemos la mitad de la receta, ¿cuánta leche necesitamos?

La mitad es multiplicar por $\frac{1}{2}$: $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$ de litro.

Observación

Para sumar o restar números mixtos, se pueden pasar a fracciones impropias o sumar por separado la parte entera y la fraccionaria.

Simplificar antes de multiplicar

Método: multiplicar con simplificación previa

1. Escribe el producto con una sola raya de fracción: $\frac{6}{35}\cdot\frac{14}{9}=\frac{6\cdot 14}{35\cdot 9}$.
2. Busca números del numerador y del denominador con un divisor común y divídelos.
3. Multiplica lo que queda.
4. Comprueba que el resultado ya no se puede simplificar.

Ejemplo 8

Calcula $\frac{6}{35}\cdot\frac{14}{9}$.

Se simplifica 6 con 9 (entre 3) y 14 con 35 (entre 7): $\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$. Sin simplificar antes habría salido $\frac{84}{315}$, que también da $\frac{4}{15}$, pero con números mayores.

Fracción de una fracción y operaciones combinadas

Regla: la fracción de una fracción

«Los $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$» significan $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$. La palabra «de» entre fracciones se traduce siempre por una multiplicación. En las operaciones combinadas se hace primero lo que hay entre paréntesis, después multiplicaciones y divisiones, y al final sumas y restas.

Ejemplo 9

En una caja quedan $\frac{3}{4}$ de litro de leche y Martina usa los $\frac{2}{3}$ de esa leche para unos batidos. ¿Cuánta leche usa y cuánta le sobra?

Usa $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ litro. Le sobra $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$ de litro.

Ejemplo 10

Calcula $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

Primero la multiplicación: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Después la suma: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

¡Atención! Errores frecuentes

- Sumar numeradores y denominadores: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ no es $\frac{2}{5}$, sino $\frac{5}{6}$.
- Buscar el denominador común al multiplicar: al multiplicar no hace falta, solo en sumas y restas.
- Dar la vuelta a la fracción equivocada al dividir: se invierte la segunda, nunca la primera.
- Olvidar simplificar el resultado o dejar una fracción impropia sin convertir cuando el problema pide un número mixto.

¿Sabías que...?

La raya de fracción que usamos hoy la popularizó en Europa el matemático italiano Fibonacci en el siglo XIII, que la había aprendido de los matemáticos árabes. Los antiguos egipcios, en cambio, solo escribían fracciones con numerador 1 (como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ o $\frac{1}{4}$) y expresaban las demás como sumas de ellas: $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$.

El consejo de Otto

Antes de terminar, mira si se puede simplificar. Una fracción simplificada es una fracción bien acabada.