Apuntes - Figuras planas, giros, simetrías y semejanza

Curso: 6 Primaria

Las figuras se pueden mover, girar, reflejar o ampliar. Estudiamos cómo cambian y qué se mantiene.

Actividad de introducción: el espejo y el molino

Coloca un espejo sobre el lado de una letra «M»: ves la letra completa, porque la «M» es simétrica. Si pones el espejo sobre una «F», no. Mira ahora las aspas de un molino de viento: si las giras un tercio de vuelta, quedan igual que al principio. Las figuras se pueden reflejar, girar, trasladar y ampliar, y a veces quedan idénticas o cambian de tamaño. En este capítulo estudiarás los triángulos, la simetría axial, los giros, las traslaciones y la semejanza, y aprenderás qué se conserva y qué cambia en cada movimiento.

Triángulos

Definición: triángulos

Un triángulo **equilátero** tiene 3 lados iguales, uno **isósceles** tiene 2 iguales y uno **escaleno** no tiene ninguno igual. Los tres ángulos de un triángulo suman 180°.

Ejemplo 1

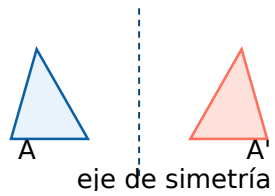
Dos ángulos de un triángulo miden 55° y 65°. ¿Cuánto mide el tercero?

55 + 65 = 120 y 180 − 120 = **60°**.

Simetría axial

Definición: simetría axial

En una **simetría axial**, cada punto y su simétrico están a la misma distancia del eje, en lados opuestos, y el segmento que los une es perpendicular al eje.



Ejemplo 2

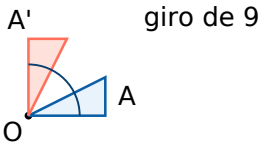
El punto A está a 3 cuadros del eje. ¿Dónde está su simétrico?

A' está al otro lado del eje, también a **3 cuadros**.

Giro

Definición: giro

Un **giro** mueve la figura alrededor de un punto llamado centro. Cada punto mantiene su distancia al centro. Una vuelta completa son 360°, media vuelta 180° y un cuarto de vuelta 90°.



Ejemplo 3

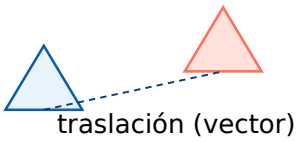
Gira 90° un punto A situado a la derecha del centro O, en sentido antihorario.

Pasa a estar justo **encima** de O, a la misma distancia.

Traslación

Definición: traslación

Una **traslación** desliza la figura siguiendo un vector, sin girar ni darle la vuelta.



Ejemplo 4

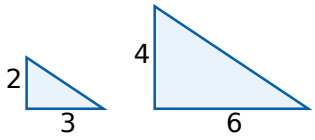
Traslada el punto (1, 1) con el vector «3 a la derecha y 2 arriba».

(1 + 3, 1 + 2) = **(4, 3)**.

Semejanza

Definición: figuras semejantes

Dos figuras son **semejantes** si tienen la misma forma y sus lados correspondientes son proporcionales. El número por el que se multiplican las longitudes es la **razón de semejanza**.



Propiedad: áreas y semejanza

Si las longitudes se multiplican por k, el área se multiplica por k^2.

Ejemplo 5

Un rectángulo de 3 × 2 se amplía con razón 2. ¿Qué dimensiones y qué área tiene?

Dimensiones: 6 × 4. Área original: 6. Área nueva: 24 = 6 × 2² = **24**.

¡Atención!

Ampliar una figura al doble no duplica el área: la multiplica por 4. Y un giro no es una simetría axial.

Más sobre ángulos y polígonos

Propiedad: suma de ángulos de un polígono

La suma de los ángulos interiores de un polígono de n lados es (n − 2) · 180°. Para un cuadrilátero son 360° y para un pentágono, 540°. En un polígono regular todos los ángulos son iguales: el hexágono regular tiene ángulos de 720° : 6 = 120°.

Ejemplo 6

Calcula el ángulo interior de un octógono regular.

La suma de los ángulos es (8 − 2) · 180 = 1 080°. Como son 8 ángulos iguales, cada uno mide 1 080 : 8 = 135°.

Simetría y giros en la vida diaria

Método: hallar el simétrico de un punto

1. Dibuja el eje de simetría y el punto en una cuadrícula.

2. Cuenta los cuadros que hay desde el punto hasta el eje (en horizontal si el eje es vertical).
3. Cuenta el mismo número de cuadros al otro lado del eje.
4. Marca el punto simétrico y comprueba que el segmento que los une es perpendicular al eje.

Ejemplo 7

Halla el simétrico del punto P(2, 5) respecto del eje vertical x = 5.

P está a 5 − 2 = 3 cuadros del eje. Su simétrico está a 3 cuadros al otro lado: x = 5 + 3 = 8. P'(8, 5): la coordenada y no cambia.

Ejemplo 8

Una rueda de la fortuna de una feria tiene 12 cabinas iguales. ¿Qué ángulo gira para que cada cabina ocupe el lugar de la siguiente?

360 : 12 = 30°. Con giros de 30°, 60°, 90°... la rueda queda igual que al principio (si no nos fijamos en los colores de las cabinas).

Ejemplo 9

Un mapa se reduce con razón 1/4. Una finca de 800 m² en el mapa original, ¿cuántos m² ocupa en la reducción?

El área se multiplica por $(1/4)^2 = 1/16$: 800 : 16 = 50. En el mapa reducido ocuparía 50 unidades de área equivalentes (a la escala del dibujo).

Ejemplo 10

Un triángulo isósceles tiene un ángulo de 50° en el vértice. ¿Cuánto miden los otros dos?

180 − 50 = 130 y 130 : 2 = 65°. Los dos ángulos de la base miden 65° cada uno. Se comprueba: 50 + 65 + 65 = 180°.

¡Atención! Errores frecuentes

- Confundir un giro con una simetría axial: el giro mantiene la orientación y la simetría la invierte.
- Pensar que al duplicar los lados se duplica el área: se multiplica por 4.
- Medir la distancia al eje en diagonal en vez de perpendicular al eje.
- Olvidar que un triángulo no puede tener dos ángulos rectos u obtusos.

¿Sabías que...?

La Alhambra de Granada es famosa por sus mosaicos: con solo unas pocas transformaciones (traslaciones, giros y simetrías) los artistas nazaríes crearon patrones que cubren paredes enteras sin huecos. Los matemáticos han demostrado que existen exactamente 17 tipos de patrones de mosaico en el plano, y muchos de ellos aparecen en esta obra.

El consejo de Otto

Antes de resolver, dibuja. En simetrías y giros, un dibujo con cuadrícula vale más que mil palabras.