Apuntes - Igualdades, desigualdades y datos desconocidos

Curso: 6 Primaria

Una balanza en equilibrio, un marcador de baloncesto, un número que no conocemos... Las igualdades y las desigualdades nos ayudan a comparar cantidades y a descubrir datos que faltan.

Actividad de introducción: la balanza misteriosa

En una balanza de dos platos hay, a la izquierda, una caja cerrada y dos pesas de 1 kg, y a la derecha, una pesa de 5 kg. La balanza está en equilibrio. ¿Cuánto pesa la caja? Si quitamos 2 kg en los dos lados, el equilibrio se mantiene: la caja pesa $5 - 2 = 3$ kg. Esta idea, hacer lo mismo en los dos platos para que la balanza no se desequilibre, es la base de las ecuaciones. En este capítulo aprenderás a leer igualdades y desigualdades, a hallar datos desconocidos con operaciones contrarias y a plantear ecuaciones sencillas con problemas de la vida diaria.

Igualdades y desigualdades

Definición: igualdad y desigualdad

Una **igualdad** dice que dos cantidades valen lo mismo y usa el signo **=**. Una **desigualdad** dice que dos cantidades son diferentes y usa los signos **≠**, **<** (menor que) o **>** (mayor que).

Regla: cómo comparar

Primero calcula cada lado por separado. Después compara los resultados. La "boca" del signo < o > se abre hacia el número mayor.

Ejemplo 1

Completa con =, < o >: $3 \cdot 5$ ___ $20 - 4$.

$3 \cdot 5 = 15$ y $20 - 4 = 16$. Como 15 es menor que 16, escribimos $3 \cdot 5 < 20 - 4$.

Datos desconocidos

Definición: dato desconocido

Un **dato desconocido** es un número que no sabemos todavía. Lo representamos con una letra (x) o con un símbolo ($\square$). Una igualdad con un dato desconocido se llama **ecuación**.

Propiedad: la balanza

Una igualdad es como una balanza en equilibrio. Si haces la misma operación en los dos lados, la balanza sigue en equilibrio.

Método: cómo hallar el dato desconocido

1. Piensa qué operación une el dato desconocido con los demás números.
2. Usa la operación contraria: la resta deshace la suma y la división deshace la multiplicación.
3. Calcula el valor.
4. Comprueba: sustituye el valor en la igualdad y mira si es cierta.

Ejemplo 2

Halla x: x + 9 = 24.

La operación contraria de sumar 9 es restar 9: $x = 24 - 9 = 15$. Comprobación: $15 + 9 = 24$. Es correcto.

Ejemplo 3

Halla x: 4 · x = 36.

La operación contraria de multiplicar por 4 es dividir entre 4: $x = 36 : 4 = 9$. Comprobación: $4 \cdot 9 = 36$.

Ecuaciones con dos pasos

Ejemplo 4

Halla x: 3 · x + 5 = 23.

Primero quitamos el 5: $23 - 5 = 18$, así que $3 \cdot x = 18$. Después dividimos: $x = 18 : 3 = 6$. Comprobación: $3 \cdot 6 + 5 = 23$.

¡Atención!

Deshaz las operaciones en orden: primero la suma o la resta, después la multiplicación o la división. Y comprueba siempre el resultado.

Ejemplo 5

¿Qué números naturales cumplen x < 5?

Los números naturales menores que 5 son 0, 1, 2, 3 y 4. Hay varias soluciones.

Igualdades que se mantienen

Regla: la balanza de las ecuaciones

Si en una igualdad sumas, restas, multiplicas o divides los dos lados por el mismo número (distinto de cero al dividir), la igualdad se mantiene. Así, de $x + 7 = 12$ se pasa a $x = 12 - 7 = 5$. Siempre hay que hacer lo mismo en los dos lados.

Ejemplo 6

Resuelve $x + 15 = 40$ restando lo mismo en los dos lados.

Se resta 15 en los dos lados: $x + 15 - 15 = 40 - 15$, luego $x = 25$. Comprobación: $25 + 15 = 40$.

De un enunciado a una ecuación

Método: plantear una ecuación

1. Lee el problema y subraya lo que no conoces; llámalo x.
2. Traduce cada frase con números y letras: «el doble» es 2x, «3 más» es +3, «la mitad» es x : 2.
3. Escribe la igualdad que une los datos.
4. Resuelve con operaciones contrarias.
5. Comprueba en el enunciado y escribe la respuesta con la unidad.

Ejemplo 7

Un alumno compra 3 cuadernos iguales y una regla de 2 €. Paga 11 € en total. ¿Cuánto cuesta cada cuaderno?

Llamamos x al precio del cuaderno: $3x + 2 = 11$. Se resta 2: $3x = 9$. Se divide entre 3: $x = 3$ €. Comprobación: $3 \cdot 3 + 2 = 11$.

Ejemplo 8

El doble de la edad de Ana más 4 años es 30. ¿Qué edad tiene Ana?

$2x + 4 = 30$; $2x = 26$; $x = 13$ años. Comprobación: $2 \cdot 13 + 4 = 30$.

Desigualdades con datos desconocidos

Propiedad: soluciones de una desigualdad

Una desigualdad como $x < 5$ tiene varias soluciones: todos los números menores que 5 (0, 1, 2, 3 y 4 si hablamos de números naturales). Una ecuación como $x + 3 = 10$

tiene una sola solución. Para resolver desigualdades sencillas se prueban valores o se razona con la operación contraria.

Ejemplo 9

¿Qué números naturales cumplen $x + 4 < 9$?

Se resta 4 en los dos lados: $x < 5$. Las soluciones son 0, 1, 2, 3 y 4. Con $x = 5$ resultaría $5 + 4 = 9$, que no es menor que 9.

Ejemplo 10

Una ecuación de comprobación: ¿es $x = 7$ solución de $5x - 8 = 27$?

Se sustituye: $5 \cdot 7 - 8 = 35 - 8 = 27$. Se cumple la igualdad, luego sí es solución.

¡Atención! Errores frecuentes

- Hacer una operación solo en un lado de la igualdad.
- Deshacer en el orden equivocado: primero se quita la suma o la resta y después se divide o multiplica.
- Olvidar la comprobación: sustituir en la ecuación original asegura el resultado.
- Confundir ecuación (una solución) con desigualdad (varias soluciones).

¿Sabías que...?

El signo igual (=) lo propuso el matemático galés Robert Recorde en 1557, porque «no hay dos cosas más iguales que dos rectas paralelas». La palabra «álgebra» viene del título de un libro del sabio persa Al-Juarismi (siglo IX), «Al-jabr»: la palabra árabe «al-jabr» significaba «restaurar», es decir, pasar un término al otro lado de la igualdad.

El consejo de Otto

Antes de calcular, lee la ecuación en voz alta: "¿qué número más 9 da 24?". Y recuerda: si la comprobación no sale, ¡revisa tus cuentas!