Soluciones - Divisibilidad: múltiplos y divisores

Curso: 6 Primaria

Solución del ejercicio 1

a. 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 ($6 \cdot 1$, $6 \cdot 2$, ..., $6 \cdot 8$).
b. Los divisores vienen por parejas: $1 \cdot 36$, $2 \cdot 18$, $3 \cdot 12$, $4 \cdot 9$, $6 \cdot 6$. Divisores: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.
c. Sí, porque $56 = 7 \cdot 8$. Por tanto 56 es múltiplo de 7 y 7 es divisor de 56.
d. Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Comunes: 1, 2, 3 y 6.

Solución del ejercicio 2

a. 495: suma de cifras 18. Divisible por 3, 5, 9.
b. 1.260: suma de cifras 9. Divisible por 2, 3, 5, 9, 10.
c. 2.376: suma de cifras 18. Divisible por 2, 3, 9.
d. 7.115: suma de cifras 14. Divisible por 5.

Solución del ejercicio 3

a. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 (son 15).
b. $21 = 3 \cdot 7$ compuesto; 29 primo; $39 = 3 \cdot 13$ compuesto; 41 primo; $51 = 3 \cdot 17$ compuesto.
c. Porque solo tiene un divisor (él mismo); para ser primo necesita exactamente dos.
d. El 2. Todo número par mayor que 2 es divisible por 2, así que tiene al menos tres divisores (1, 2 y él mismo).

Solución del ejercicio 4

a. $60 : 2 = 30$; $30 : 2 = 15$; $15 : 3 = 5$; $5 : 5 = 1$. Entonces $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.
b. $90 : 2 = 45$; $45 : 3 = 15$; $15 : 3 = 5$; $5 : 5 = 1$. Entonces $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$.
c. $126 : 2 = 63$; $63 : 3 = 21$; $21 : 3 = 7$; $7 : 7 = 1$. Entonces $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$.
d. $150 : 2 = 75$; $75 : 3 = 25$; $25 : 5 = 5$; $5 : 5 = 1$. Entonces $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$.
e. $252 : 2 = 126$; $126 : 2 = 63$; $63 : 3 = 21$; $21 : 3 = 7$; $7 : 7 = 1$. Entonces $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Solución del ejercicio 5

a. Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24… Múltiplos de 8: 8, 16, 24… El primero común es 24.
b. $12 = 2^2 \cdot 3$ y $15 = 3 \cdot 5$. m.c.m. $= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.
c. $9 = 3^2$ y $12 = 2^2 \cdot 3$. m.c.m. $= 2^2 \cdot 3^2 = 36$.
d. $4 = 2^2$, $6 = 2 \cdot 3$, $10 = 2 \cdot 5$. m.c.m. $= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.
e. 5 y 7 son primos entre sí: m.c.m. $= 5 \cdot 7 = 35$.

Solución del ejercicio 6

a. $18 = 2 \cdot 3^2$ y $24 = 2^3 \cdot 3$. Comunes con menor exponente: $2 \cdot 3 = 6$.
b. $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ y $45 = 3^2 \cdot 5$. Comunes: $3 \cdot 5 = 15$.
c. $28 = 2^2 \cdot 7$ y $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$. Comunes: $2 \cdot 7 = 14$.
d. $16 = 2^4$ y $40 = 2^3 \cdot 5$. Común: $2^3 = 8$.
e. 7 y 9 no tienen factores comunes: m.c.d. = 1 (son primos entre sí).

Solución del ejercicio 7

a. El m.c.d., porque se reparte en partes iguales sin que sobre nada.
b. $48 = 2^4 \cdot 3$ y $72 = 2^3 \cdot 3^2$. m.c.d. $= 2^3 \cdot 3 = 24$ bolsas.
c. Fresa: $48 : 24 = 2$. Limón: $72 : 24 = 3$. Cada bolsa lleva 2 de fresa y 3 de limón.
d. $24 \cdot 1{,}50 = 36$ €.

Solución del ejercicio 8

a. El m.c.m. de 12 y 18, porque se buscan múltiplos comunes.
b. $12 = 2^2 \cdot 3$ y $18 = 2 \cdot 3^2$. m.c.m. $= 2^2 \cdot 3^2 = 36$ minutos. Coinciden a las 8:36.
c. 8:36, 9:12 y 9:48 (se suman 36 minutos cada vez).
d. De 8:00 a 12:00 hay 240 minutos; $240 : 36 = 6{,}67$. Hay 6 coincidencias después de las 8:00 y con la de las 8:00 son 7: 8:00, 8:36, 9:12, 9:48, 10:24, 11:00 y 11:36.

Solución del ejercicio 9

a. El lado es el m.c.d.(360, 240). $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$. m.c.d. $= 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ cm.
b. $360 : 120 = 3$ a lo largo y $240 : 120 = 2$ a lo ancho.
c. $3 \cdot 2 = 6$ baldosas.
d. $360 : 30 = 12$ y $240 : 30 = 8$; $12 \cdot 8 = 96$ baldosas (16 veces más).

Solución del ejercicio 10

a. $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $75 = 3 \cdot 5^2$; $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$. m.c.m. $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$ segundos.
b. $900 : 60 = 15$ minutos.
c. $900 : 60 = 15$ vueltas; $900 : 75 = 12$ vueltas; $900 : 90 = 10$ vueltas.
d. 60 min : 15 min = 4 veces (a los 15, 30, 45 y 60 minutos).

Solución del ejercicio 11

a. $36 = 2^2 \cdot 3^2$; $54 = 2 \cdot 3^3$; $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$. m.c.d. $= 2 \cdot 3^2 = 18$ cajas.
b. Naranjas: $36 : 18 = 2$. Mandarinas: $54 : 18 = 3$. Limones: $90 : 18 = 5$.
c. $2 + 3 + 5 = 10$ piezas.
d. $18 \cdot 6 = 108$ €.

Solución del ejercicio 12

a. 3, $4 = 2^2$ y $6 = 2 \cdot 3$. m.c.m. $= 2^2 \cdot 3 = 12$ días.
b. $12 = 7 + 5$: pasan una semana y 5 días más. Lunes + 5 días = sábado.
c. $60 : 12 = 5$ veces.
d. Ana y Carlos: m.c.m.(3, 6) = 6 días. Ana y Beatriz: m.c.m.(3, 4) = 12. Beatriz y Carlos: m.c.m.(4, 6) = 12. Coinciden más Ana y Carlos, cada 6 días.

Solución del ejercicio 13

a. Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.
b. $4 + x + 5 = 9 + x$. Debe ser múltiplo de 9: $x = 0$ (suma 9) o $x = 9$ (suma 18). Candidatos: 405 y 495.
c. Como es menor que 450, el número es 405 ($405 = 9 \cdot 45$).
d. $405 : 3 = 135$; $135 : 3 = 45$; $45 : 3 = 15$; $15 : 3 = 5$; $5 : 5 = 1$. Entonces $405 = 3^4 \cdot 5$.

Solución del ejercicio 14

a. La distancia es m.c.d.(60, 45). $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ y $45 = 3^2 \cdot 5$. m.c.d. $= 3 \cdot 5 = 15$ m.
b. $2 \cdot (60 + 45) = 210$ m.
c. $210 : 15 = 14$ árboles (en un perímetro cerrado, hay tantos árboles como tramos).
d. $14 \cdot 18 = 252$ €.

Solución del ejercicio 15

a. $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$; $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$. m.c.d. $= 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ bandejas.
b. Bocadillos: $120 : 30 = 4$. Zumos: $180 : 30 = 6$. Fruta: $150 : 30 = 5$.
c. $30 \cdot 6 = 180$ niños.
d. m.c.d.(150, 180, 150) = 30. Siguen siendo 30 bandejas y cada una lleva $150 : 30 = 5$ bocadillos.
e. No. 40 divide a 120 ($120 : 40 = 3$) pero no a 180 ($180 : 40 = 4{,}5$). El número de bandejas debe ser divisor de las tres cantidades, es decir, divisor de 30.

Solución del ejercicio 16

a. $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$; $12 = 2^2 \cdot 3$. m.c.m. $= 2^3 \cdot 3 = 24$ segundos.
b. $60 : 24 = 2{,}5$. Coinciden a los 24 s y a los 48 s: 2 veces.
c. $3\,600 : 24 = 150$ veces.
d. $9 = 3^2$. m.c.m.(6, 8, 12, 9) $= 2^3 \cdot 3^2 = 72$ segundos.
e. $3\,600 : 72 = 50$ veces. Hay menos porque el intervalo de coincidencia aumenta (de 24 s a 72 s) al exigir que también coincida el cuarto faro.

Solución del ejercicio 17

a. $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ y $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$. m.c.d. $= 2^2 \cdot 3^2 = 36$ cm.
b. $252 : 36 = 7$ azulejos por fila y $180 : 36 = 5$ por columna.
c. $7 \cdot 5 = 35$ azulejos.
d. $252 : 12 = 21$ y $180 : 12 = 15$; $21 \cdot 15 = 315$ azulejos.
e. Porque $252 : 15 = 16{,}8$ no es un número exacto: 15 no es divisor de 252.

Solución del ejercicio 18

a. $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$. m.c.d. $= 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ litros.
b. Naranja: $60 : 30 = 2$. Manzana: $90 : 30 = 3$. Uva: $150 : 30 = 5$. En total 10 bidones.
c. $60 : 15 = 4$; $90 : 15 = 6$; $150 : 15 = 10$. Total 20 bidones.
d. $10 \cdot 4 = 40$ €.
e. Porque el m.c.d. es el mayor divisor común: con bidones más grandes se necesitan menos recipientes.

Solución del ejercicio 19

a. 3, $4 = 2^2$ y 5 son primos entre sí dos a dos: m.c.m. $= 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ días.

b. Del 1 de marzo, 30 días llegan al 31 de marzo y otros 30 días llegan al 30 de abril. Vuelven a coincidir el 30 de abril.
c. 300 : 60 = 5 veces.
d. m.c.m.(3, 5) = 15 días.
e. Porque 3, 4 y 5 no comparten ningún factor primo; al no haber factores repetidos, el m.c.m. es su producto.

Solución del ejercicio 20

a. 6: 1 + 2 + 3 = 6. 28: 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28. Los dos son perfectos.
b. Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Suma de los propios: 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16, distinto de 12.
c. 15 · b = 60 · 5 = 300; b = 20. Comprobación: m.c.m.(15, 20) = 60 y m.c.d.(15, 20) = 5.
d. Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36; son 9 (impar), porque el 6 se repite en la pareja 6 · 6 y solo se cuenta una vez.