Apuntes - El primer cuadrante: coordenadas cartesianas

Curso: 6 Primaria

Un sistema de coordenadas sirve para dar la posición exacta de un punto con dos números. Lo usan los mapas, los juegos y las gráficas.

Actividad de introducción: la caza del tesoro

Para jugar a la caza del tesoro en el patio, el profesor dibuja una cuadrícula en el suelo y da las pistas con dos números: «el primer cofre está en 3 y 2». ¿Hacia dónde hay que ir? Se convino que el primer número indica cuántas casillas hay que avanzar hacia la derecha y el segundo cuántas hay que subir. Con ese sistema, dos números bastan para señalar cualquier punto del plano. Los mapas, los videojuegos y las gráficas usan la misma idea. En este capítulo aprenderás a leer y escribir coordenadas, a medir distancias, a trabajar con figuras en el plano y a leer gráficas.

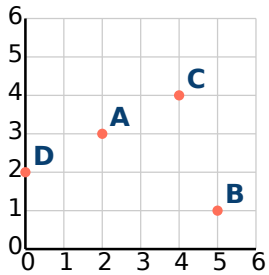
Ejes y puntos

Definición: ejes de coordenadas

Los **ejes** son dos rectas numéricas perpendiculares: el eje X (horizontal) y el eje Y (vertical). Se cortan en el **origen**, el punto (0, 0).

Definición: coordenadas de un punto

Las **coordenadas** de un punto son un par (x, y): x indica cuánto avanzar a la derecha e y cuánto subir.



Propiedad: el orden importa

El punto (3, 2) y el punto (2, 3) son distintos. Los puntos del eje horizontal tienen y = 0; los del eje vertical tienen x = 0.

Ejemplo 1

Localiza el punto (4, 3).

Desde el origen, avanzo 4 a la derecha y subo 3: **(4, 3)**.

Distancias

Regla: distancia entre puntos alineados

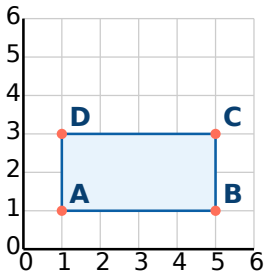
Si dos puntos tienen la misma y o la misma x, su distancia es la diferencia de las otras coordenadas.

Ejemplo 2

Calcula la distancia entre (3, 1) y (3, 7).

Tienen la misma x. La distancia es $7 - 1 =$ **6 unidades**.

Figuras en el plano



Ejemplo 3

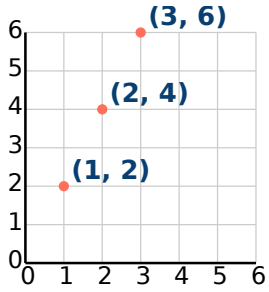
Los vértices de un rectángulo son (1, 1), (5, 1), (5, 4) y (1, 4). Calcula su perímetro.

Base: $5 - 1 = 4$. Altura: $4 - 1 = 3$. $P = 2 \times (4 + 3) =$ **14 unidades**.

Regla: traslación

Una traslación suma el mismo vector a todas las coordenadas. Si el vector es «3 a la derecha y 2 arriba», el punto (1, 1) pasa a (4, 3).

Gráficas de proporcionalidad



Propiedad: gráfica proporcional

Las magnitudes directamente proporcionales dan puntos en una recta que pasa por el origen.

Ejemplo 4

1 kg de manzanas cuesta 2 euros. Escribe los puntos de (kilos, euros).

(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8). Están en una recta que pasa por el origen.

¡Atención!

Primero la x (horizontal) y después la y (vertical). Si te equivocas de orden, el punto cambia de lugar.

Leer y construir gráficas

Método: representar una tabla de valores

1. Escribe la tabla con dos filas: la magnitud que se elige (horizontal, x) y la que depende de ella (vertical, y).
2. Escoge una escala para cada eje, de forma que quepan todos los valores.
3. Marca cada pareja (x, y) como un punto.
4. Si el contexto lo permite, une los puntos y comprueba si están alineados con el origen (proporcionalidad directa).

Ejemplo 5

Un grifo llena 3 litros cada minuto. Escribe los puntos (minutos, litros) para 0, 1, 2, 3 y 4 minutos.

Litros = 3 · minutos. Los puntos son (0, 0), (1, 3), (2, 6), (3, 9) y (4, 12). Están sobre una recta que pasa por el origen: proporcionalidad directa.

Ejemplo 6

Una piscina tiene ya 4 litros de agua y el grifo echa 3 litros por minuto. ¿Son

proporcionales los minutos y los litros totales?

Los puntos son (0, 4), (1, 7), (2, 10) y (3, 13). La recta no pasa por el origen, porque en 0 minutos ya hay 4 litros. No hay proporcionalidad directa.

Distancias y figuras en cuadrícula

Regla: perímetro y área de rectángulos en el plano

Si los lados de un rectángulo son paralelos a los ejes, la base es la diferencia de las x de dos vértices y la altura es la diferencia de las y. Entonces P = 2 · (base + altura) y A = base · altura. Si el plano tiene una escala, hay que multiplicar las medidas por lo que valga cada unidad.

Ejemplo 7

Un campo rectangular tiene vértices (2, 1), (7, 1), (7, 4) y (2, 4). Cada unidad son 20 m. Calcula su área real.

Base: $7 - 2 = 5$ unidades = 100 m. Altura: $4 - 1 = 3$ unidades = 60 m. Área real: $100 \cdot 60 = 6\,000$ m². (Si solo se multiplica el área del plano por 20, el resultado sería incorrecto: hay que multiplicar por $20 \cdot 20 = 400$, es decir, 15 u² · 400 = 6 000 m².)

Ejemplo 8

Calcula la distancia entre los puntos (2, 5) y (9, 5), y entre (4, 1) y (4, 8).

En el primer caso la y es la misma: $9 - 2 = 7$ unidades. En el segundo la x es la misma: $8 - 1 = 7$ unidades.

Ejemplo 9

¿Qué puntos de coordenadas naturales cumplen x = 2 y y ≤ 3?

La x vale siempre 2 y la y puede ser 0, 1, 2 o 3. Los puntos son (2, 0), (2, 1), (2, 2) y (2, 3), en una recta vertical.

¡Atención! Errores frecuentes

- Cambiar el orden de las coordenadas: (3, 2) no es lo mismo que (2, 3).
- Contar los números en lugar de los cuadros al medir distancias.
- Usar escalas distintas sin darse cuenta en los dos ejes.
- Pensar que cualquier recta es una gráfica de proporcionalidad: debe pasar por el origen.

¿Sabías que...?

Las coordenadas cartesianas se llaman así por René Descartes, filósofo y matemático francés del siglo XVII. Cuenta la leyenda que se le ocurrió la idea al ver una mosca andando por el techo de su habitación: para describir su posición bastaba con dar su distancia a dos paredes. Gracias a esta idea se pueden dibujar ecuaciones y estudiar la geometría con números.

El consejo de Otto

Primero camina hacia el lado y luego sube: ¡primero la x, después la y!