Apuntes - Proporcionalidad

Curso: 5 Primaria

Si 1 kilo de manzanas cuesta 2 euros, 2 kilos cuestan 4. Esa relación constante es la proporcionalidad.

Actividad de introducción: la receta de los crepes

Una receta de crepes para 4 personas lleva 2 huevos y 200 g de harina. Hoy vienen 8 personas. ¿Cuántos huevos y cuánta harina hacen falta? Si el número de personas se dobla, los ingredientes también se doblan: 4 huevos y 400 g de harina. Cuando dos cantidades varían de modo que al multiplicar una por un número la otra queda multiplicada por el mismo número, decimos que son directamente proporcionales. En este capítulo aprenderás a reconocer estas situaciones y a resolverlas con razones, proporciones y la reducción a la unidad.

Razón y proporción

Definición: razón

Una **razón** compara dos cantidades dividiendo la primera entre la segunda. La razón entre 6 y 3 es $6 : 3 = 2$.

Definición: proporción

Una **proporción** es la igualdad de dos razones: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

Propiedad: productos cruzados

En una proporción, los productos cruzados son iguales: $2 \times 6 = 3 \times 4$.

Ejemplo 1

¿Forman proporción $\frac{3}{5}$ y $\frac{9}{15}$?

$3 \times 15 = 45$ y $5 \times 9 = 45$. Son iguales: **sí** forman proporción.

Magnitudes directamente proporcionales

Definición: magnitudes proporcionales

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si al multiplicar una por un número, la otra también se multiplica por ese número. Su cociente es siempre el mismo: la **constante de proporcionalidad**.

Kilos de manzanas	1	2	3	5
Precio (euros)	2	4	6	10

Ejemplo 2

En la tabla, ¿cuál es la constante?

4 : 2 = 6 : 3 = 10 : 5 = **2** euros por kilo.

Reducción a la unidad

Método: reducción a la unidad

1. Calcula el valor de una unidad dividiendo.
2. Multiplica por la cantidad que te piden.

Ejemplo 3

4 cuadernos cuestan 12 euros. ¿Cuánto cuestan 7?

1 cuaderno: 12 : 4 = 3 euros. 7 cuadernos: 7 × 3 = **21 euros**.

Ejemplo 4

Un coche gasta 6 litros cada 100 km. ¿Cuántos litros gasta en 250 km?

En 50 km, gasta 3 litros. En 250 km: 6 × 2 + 3 = **15 litros**.

No todo es proporcional

¡Atención!

No toda relación entre magnitudes es proporcional. Si un niño de 10 años mide 140 cm, a los 20 años no mide 280 cm.

Observación

Si al duplicar una magnitud la otra no se duplica, no hay proporcionalidad directa.

Más ejemplos

Ejemplo 5

Si 3 bocadillos cuestan 9 euros, ¿cuántos bocadillos compro con 21 euros?

Un bocadillo cuesta 9 : 3 = 3 euros. 21 : 3 = **7 bocadillos**.

Ejemplo 6

¿Es proporcional la relación entre el número de hermanos y la edad de una persona?

No. Las dos magnitudes no cambian de forma regular.

El producto cruzado y las tablas

Regla: productos cruzados

Dos razones forman una proporción cuando sus productos cruzados son iguales: si $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, entonces 2 · 12 = 3 · 8 = 24. Para hallar un término desconocido se multiplican los dos términos conocidos que se cruzan y se divide entre el tercero.

Ejemplo 7

Halla x para que $\frac{3}{5} = \frac{x}{30}$.

Productos cruzados: 5 · x = 3 · 30 = 90. Entonces x = 90 : 5 = 18. Comprobación: $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$.

Método: resolver un problema de proporcionalidad directa

1. Comprueba que las dos magnitudes son proporcionales: si una se dobla, la otra también.
2. Escribe los datos en una tabla de dos filas.
3. Reduce a la unidad: calcula cuánto corresponde a 1 (dividiendo).
4. Multiplica por la cantidad pedida.
5. Comprueba que el resultado es razonable.

Ejemplo 8

Un grifo llena 9 litros en 3 minutos. ¿Cuántos litros llena en 10 minutos?

Reducción a la unidad: 9 : 3 = 3 litros por minuto. En 10 minutos: 10 · 3 = 30 litros.

Magnitudes que no son proporcionales

Propiedad: cuándo hay proporcionalidad

Dos magnitudes son directamente proporcionales si el cociente entre sus valores es

siempre el mismo (la constante de proporcionalidad). Si el cociente cambia, no son proporcionales: la edad y la altura de una persona, el número de hermanos y la nota de un examen o el lado de un cuadrado y su área no lo son.

Ejemplo 9

En una tienda, 3 cuadernos cuestan 4,50 € y 5 cuadernos cuestan 7,50 €. ¿Son proporcionales?

4,50 : 3 = 1,50 y 7,50 : 5 = 1,50. El cociente es el mismo, luego sí son proporcionales y la constante es 1,50 euros por cuaderno.

Ejemplo 10

Una piscina tarda 6 horas en llenarse con un grifo. ¿Tardará 12 horas con dos grifos? ¿Es proporcional?

No: con más grifos tarda menos tiempo, no más. Aquí, al aumentar los grifos disminuye el tiempo, así que esta relación no es de proporcionalidad directa.

¡Atención!

Errores frecuentes:

- Pensar que toda relación en la que aumentan las dos magnitudes es proporcional: una persona de 10 años no mide el doble que una de 5.
- Olvidar comprobar que el cociente es constante antes de aplicar la reducción a la unidad.
- Invertir la razón: «niñas a niños» no es lo mismo que «niños a niñas».
- Mezclar unidades distintas al escribir una razón (minutos con horas).

¿Sabías que...?

Los mapas usan la proporcionalidad: en un mapa a escala 1 : 50.000, 1 cm del mapa representa 50.000 cm reales, es decir, 500 m. Por eso un camino de 4 cm en el mapa mide 2 km en la realidad. Los arquitectos y los ingenieros también dibujan planos a escala antes de construir edificios y puentes.

El consejo de Otto

Haz una tabla y mira si el cociente siempre es el mismo. Si lo es, ¡es proporcional y puedes usar la reducción a la unidad!