Apuntes - Potencias, cuadrados y cubos

Curso: 5 Primaria

Una potencia es una forma corta de escribir una multiplicación de factores iguales. Se usan mucho para áreas, volúmenes y números muy grandes.

Actividad de introducción: el tablero de ajedrez

Un tablero de ajedrez tiene 8 filas y 8 columnas. Para saber cuántas casillas tiene no hace falta sumar 8 muchas veces: basta con calcular $8 \cdot 8 = 64$. Si construimos un cubo de 3 cubitos de largo, 3 de ancho y 3 de alto, necesitamos $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ cubitos. Este tipo de productos de factores iguales se escribe de forma abreviada con una potencia. En este capítulo aprenderás a leer, escribir y calcular potencias, a usar las de base 10 y a resolver problemas con cuadrados y cubos.

¿Qué es una potencia?

Definición: potencia

Una **potencia** es un producto de factores iguales. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$. La **base** es el factor que se repite (4) y el **exponente** dice cuántas veces (3).

Ejemplo 1

Calcula 2^5.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ **32**.

¡Atención!

5^3 no es 5×3. Es $5 \times 5 \times 5 = 125$.

Cuadrados y cubos

Definición: cuadrado y cubo

Una potencia con exponente 2 es un **cuadrado** (a^2) y con exponente 3 es un **cubo** (a^3). El cuadrado se relaciona con el área; el cubo, con el volumen.

Ejemplo 2

Calcula 7^2 y 3^3.

$7^2 = 7 \times 7 =$ **49**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 =$ **27**.

Ejemplo 3

Un cuadrado tiene lado 9 cm. ¿Cuál es su área?

$A = 9^2 = 81$, así que **81 cm²**.

Potencias de 10

Regla: potencias de 10

10^n es un 1 seguido de n ceros: $10^2 = 100$, $10^3 = 1.000$, $10^6 = 1.000.000$.

Ejemplo 4

Escribe 10^4 y descompón 3.500 usando potencias de 10.

10^4 = **10.000**. $3.500 = 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2$.

Casos especiales

Propiedad: exponentes 1 y 0

$a^1 = a$. $1^n = 1$ para cualquier n. $0^n = 0$ si n es distinto de 0.

En las operaciones combinadas

Regla: orden con potencias

Primero paréntesis, luego potencias, después multiplicaciones y divisiones, y por último sumas y restas.

Ejemplo 5

Calcula $3 + 2^3 \times 4$.

Primero la potencia: $2^3 = 8$. Luego $8 \times 4 = 32$. Por último $3 + 32$ = **35**.

Observación

Se lee «cuatro al cubo», «siete al cuadrado» o «dos elevado a cinco».

Más ejemplos

Ejemplo 6

Escribe 8 × 8 × 8 × 8 como potencia.

Base 8, exponente 4: $8^4 = 4.096$.

Ejemplo 7

Calcula $2^3 + 3^2$.

8 + 9 = **17**.

Cuadrados y cubos perfectos

Propiedad: cuadrados y cubos perfectos

Un número es un **cuadrado perfecto** si es el cuadrado de otro número natural: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100... Un **cubo perfecto** es el cubo de un número natural: 1, 8, 27, 64, 125, 216... El número 64 es a la vez cuadrado y cubo perfecto ($8^2 = 64$ y $4^3 = 64$).

Ejemplo 8

Calcula el lado de un cuadrado de 49 cm² de área.

Hay que buscar un número que multiplicado por sí mismo dé 49: $7 \cdot 7 = 49$. El lado mide 7 cm.

Potencias de 10 y descomposición

Método: escribir números con potencias de 10

1. Cuenta los ceros que siguen a la primera cifra: 5.000 tiene tres, luego $5.000 = 5 \cdot 10^3$.
2. Para descomponer un número, multiplica cada cifra por la potencia de 10 de su orden.
3. Para pasar de producto a número, escribe la cifra y añade tantos ceros como indique el exponente.

Ejemplo 9

Descompón 3.425 usando potencias de 10.

$3.425 = 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 5$. Cada cifra se multiplica por la potencia de 10 de su lugar: 3.000 + 400 + 20 + 5.

Ejemplo 10

Calcula $8 \cdot 10^4$ y $25 \cdot 10^2$.

$8 \cdot 10^4 = 8 \cdot 10.000 = 80.000$. $25 \cdot 10^2 = 25 \cdot 100 = 2.500$.

¡Atención!

Errores frecuentes:

- Multiplicar la base por el exponente: 5^3 no es $5 \cdot 3 = 15$, sino $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.
- Pensar que 10^2 vale 20: $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$.
- Calcular $2 + 3^2$ como $(2 + 3)^2 = 25$: primero se hace la potencia, $2 + 9 = 11$.
- Olvidar que cualquier número elevado a 1 es él mismo y elevado a 0 es 1.

¿Sabías que...?

Según una antigua leyenda, el inventor del ajedrez pidió como premio un grano de trigo en la primera casilla, dos en la segunda, cuatro en la tercera, ocho en la cuarta... y así duplicando hasta la casilla 64. Parece poco, pero en la última casilla habría 2^{63} granos. Las potencias crecen muy deprisa.

El consejo de Otto

Para calcular una potencia, escribe la multiplicación completa: tantos factores como indica el exponente.