Apuntes - Divisibilidad: múltiplos, divisores, primos

Curso: 5 Primaria

Los múltiplos y los divisores nos sirven para repartir en partes iguales o para saber cuándo coinciden dos cosas que se repiten.

Actividad de introducción: el reparto de las pegatinas

Sara tiene 24 pegatinas y quiere repartirlas en montones iguales sin que sobre ninguna. ¿Puede hacer 4 montones? ¿Y 5? ¿Y 6? Con 4 y con 6 puede, porque $24 : 4 = 6$ y $24 : 6 = 4$; con 5 no, porque $24 : 5 = 4$ con resto 4. Los números por los que se puede dividir 24 de forma exacta se llaman divisores. En este capítulo aprenderás a reconocer múltiplos y divisores, a usar los criterios de divisibilidad, a distinguir los números primos y a calcular el mcm y el mcd para resolver problemas de coincidencias y repartos.

Múltiplos y divisores

Definición: múltiplo

Un **múltiplo** de un número es el resultado de multiplicarlo por 1, 2, 3... Los múltiplos de 6 son 6, 12, 18, 24...

Definición: divisor

Un número es **divisor** de otro si lo divide de forma exacta (el resto es 0). Los divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

Criterios de divisibilidad

Regla: criterios

Un número es divisible por 2 si acaba en cifra par; por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3; por 5 si acaba en 0 o 5; por 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9; por 10 si acaba en 0.

Ejemplo 1

¿Es 4.725 divisible por 3, por 5 y por 9?

Suma de cifras: $4 + 7 + 2 + 5 = 18$. Es múltiplo de 3 y de 9. Acaba en 5, así que también es divisible por 5. Es divisible por **3, 5 y 9**.

Números primos y compuestos

Definición: número primo

Un número es **primo** si solo tiene dos divisores: el 1 y él mismo. Si tiene más, es **compuesto**. El 1 no es primo.

Observación

Los primeros primos son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23... El 2 es el único primo par.

Descomposición en factores primos

Método: descomponer en factores primos

1. Divide el número entre el primo más pequeño posible.
2. Repite con el cociente.
3. Sigue hasta que el cociente sea 1.
4. Escribe el producto de los primos con potencias.

Ejemplo 2

Descompón 60.

60 : 2 = 30; 30 : 2 = 15; 15 : 3 = 5; 5 : 5 = 1. Entonces $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

Definición: m.c.m. y m.c.d.

El **m.c.m.** de dos números es el menor múltiplo común distinto de 0. El **m.c.d.** es el mayor divisor común.

Ejemplo 3

Calcula el m.c.m. de 4 y 6.

Múltiplos de 4: 4, 8, **12**, 16... Múltiplos de 6: 6, **12**, 18... El m.c.m. es **12**.

Ejemplo 4

Calcula el m.c.d. de 12 y 18.

Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. El m.c.d. es **6**.

Regla: uso

Con el m.c.d. repartimos en partes iguales. Con el m.c.m. vemos cuándo coinciden dos sucesos que se repiten.

Ejemplo 5

Un autobús sale cada 12 minutos y otro cada 18. Salen juntos a las 8:00. ¿Cuándo vuelven a coincidir?

m.c.m.(12, 18) = 36. Coinciden a las 8:00 + 36 min = **8:36**.

¡Atención!

El 1 no es primo, y el 0 no es múltiplo útil. Y un divisor no es un múltiplo: 3 es divisor de 12, pero 24 es múltiplo de 12.

Más criterios y propiedades

Propiedad: criterios del 4 y del 6

Un número es divisible por **4** si sus dos últimas cifras forman un número divisible por 4 (o son 00): 1.324 es divisible por 4 porque 24 lo es. Un número es divisible por **6** si lo es a la vez por 2 y por 3: 5.412 termina en cifra par y 5 + 4 + 1 + 2 = 12 es múltiplo de 3.

Ejemplo 6

¿Es 3.756 divisible por 4 y por 6?

Las dos últimas cifras son 56 y 56 : 4 = 14, así que es divisible por 4. Termina en 6 (par) y 3 + 7 + 5 + 6 = 21 es múltiplo de 3, luego también es divisible por 6.

Calcular el mcm y el mcd con factores primos

Método: mcm y mcd con factores primos

1. Descompón cada número en factores primos.
2. Para el **mcm**, toma todos los factores (comunes y no comunes) con su mayor exponente.
3. Para el **mcd**, toma solo los factores comunes con su menor exponente.
4. Multiplica los factores elegidos.

Ejemplo 7

Calcula el mcm y el mcd de 36 y 60.

$36 = 2^2 \cdot 3^2$ y $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$. mcm $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$. mcd $= 2^2 \cdot 3 = 12$. Comprobación: $36 \cdot 60 = 2.160 = 180 \cdot 12$.

Ejemplo 8

Una persona hace deporte cada 4 días y otra cada 6 días. Han coincidido hoy. ¿Cuándo vuelven a coincidir?

Se necesita un número que sea múltiplo de 4 y de 6 y lo más pequeño posible: mcm(4, 6) = 12. Volverán a coincidir dentro de 12 días.

Elegir entre mcm y mcd en un problema

Regla: elegir entre mcm y mcd

Usa el **mcm** cuando algo se repite y quieres saber cuándo coincide («cada cuánto tiempo», «cuándo vuelven a...»). Usa el **mcd** cuando hay que repartir o cortar en partes iguales lo más grandes posible, sin que sobre nada («el mayor número de grupos», «el lado más grande»).

Ejemplo 9

Una cinta de 48 cm y otra de 60 cm se cortan en trozos iguales lo más largos posible, sin que sobre nada. ¿Cuánto mide cada trozo?

Es un reparto en partes lo más grandes posibles, luego es un mcd. $48 = 2^4 \cdot 3$ y $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$, así que mcd $= 2^2 \cdot 3 = 12$. Cada trozo mide 12 cm: salen 4 trozos de la primera cinta y 5 de la segunda.

¡Atención!

Errores frecuentes:

- Creer que el 1 es primo: solo tiene un divisor.
- Confundir múltiplo con divisor: 3 es divisor de 12, pero 12 es múltiplo de 3.
- Dar como mcm el producto de los dos números sin simplificar: mcm(4, 6) es 12, no 24.
- Olvidar que el mcd nunca es mayor que el menor de los números.

¿Sabías que...?

Hace más de 2.200 años, el matemático griego Eratóstenes ideó la criba para encontrar números primos: se escribe una tabla de números, se tachan los múltiplos de 2, luego los de 3, los de 5, los de 7... y los que quedan sin tachar son primos. Se sabe que hay infinitos números primos, y hoy se usan números primos enormes para

proteger los datos de los móviles.

El consejo de Otto

Para el m.c.d. piensa en repartir (el más grande que cabe). Para el m.c.m. piensa en coincidir (el más pequeño al que llegan los dos).