Apuntes - Cuerpos geométricos

Curso: 5 Primaria

Una caja de zapatos, una pelota o un cucurucho son cuerpos geométricos: ocupan espacio y tienen largo, ancho y alto.

Actividad de introducción: la caja misteriosa

Lucía recibe una caja envuelta y, sin abrirla, quiere adivinar qué hay dentro por su forma. Es cúbica, tiene 6 caras iguales, 12 aristas y 8 vértices. Su hermano guarda otra caja con una forma distinta: tiene dos bases triangulares y tres caras rectangulares. Los cuerpos geométricos están a nuestro alrededor: en los dados, las latas, las pirámides y las pelotas. En este capítulo aprenderás a reconocerlos, a nombrar sus elementos, a dibujar sus desarrollos y a calcular su área.

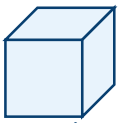
Poliedros y cuerpos redondos

Definición: poliedro

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico con todas sus caras planas. Tiene **caras** (polígonos), **aristas** (donde se unen dos caras) y **vértices** (donde se juntan varias aristas).

Definición: cuerpo redondo

Un **cuerpo redondo** tiene alguna superficie curva: cilindro, cono y esfera.



cubo

Ejemplo 1

¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene un cubo?

Tiene **6 caras** (cuadrados), **12 aristas** y **8 vértices**.

Prismas

Definición: prisma

Un **prisma** tiene dos bases iguales y paralelas, y las caras laterales son paralelogramos. Se nombra por la base: triangular, cuadrangular, pentagonal...

Propiedad: elementos del prisma

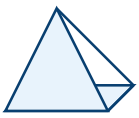
Si la base tiene n lados, el prisma tiene n + 2 caras, 3 × n aristas y 2 × n vértices.

Ejemplo 2

Un prisma pentagonal, ¿cuántas caras, aristas y vértices tiene?

n = 5. Caras: 5 + 2 = **7**. Aristas: 3 × 5 = **15**. Vértices: 2 × 5 = **10**.

Pirámides


pirámide

Definición: pirámide

Una **pirámide** tiene una base y caras laterales triangulares que se juntan en un vértice llamado cúspide.

Propiedad: elementos de la pirámide

Si la base tiene n lados, la pirámide tiene n + 1 caras, 2 × n aristas y n + 1 vértices.

Ejemplo 3

Una pirámide hexagonal, ¿cuántas caras, aristas y vértices tiene?

n = 6. Caras: **7**. Aristas: 2 × 6 = **12**. Vértices: **7**.

Cuerpos redondos


cilindro

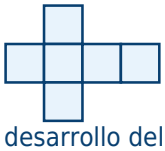

cono


esfera

Regla: cuerpos redondos

El **cilindro** tiene dos bases circulares y una superficie curva. El **cono** tiene una base circular y un vértice. La **esfera** es toda curva.

Desarrollos y relación de Euler



desarrollo del c

Definición: desarrollo

El **desarrollo** de un cuerpo es el cuerpo abierto y extendido sobre el plano. El del cilindro son dos círculos y un rectángulo.

Teorema: Euler

En todo poliedro convexo: caras + vértices = aristas + 2.

Ejemplo 4

Comprueba la relación de Euler con el cubo.

6 + 8 = 14 y 12 + 2 = 14. Se cumple.

¡Atención!

El cilindro, el cono y la esfera no son poliedros porque tienen superficies curvas. Y una pirámide solo tiene una base.

Área total a partir del desarrollo

Método: calcular el área total de un poliedro

1. Dibuja o imagina el desarrollo del cuerpo.
2. Identifica las figuras planas que lo forman (cuadrados, rectángulos, triángulos...).
3. Calcula el área de cada tipo de figura y multiplica por cuántas hay.
4. Suma todas las áreas. El resultado se expresa en unidades cuadradas.

Ejemplo 5

Calcula el área total de un prisma rectangular de 5 cm por 3 cm por 2 cm.

Hay tres parejas de caras iguales: $5 \cdot 3 = 15$ cm² (dos veces), $5 \cdot 2 = 10$ cm² (dos veces) y $3 \cdot 2 = 6$ cm² (dos veces). Área total: $2 \cdot (15 + 10 + 6) = 62$ cm².

Ejemplo 6

Calcula el área total de una pirámide de base cuadrada de 4 cm de lado y

caras triangulares de 4 cm de base y 6 cm de altura.

Base: $4 \cdot 4 = 16$ cm². Cada triángulo: $4 \cdot 6 : 2 = 12$ cm²; cuatro triángulos: 48 cm². Total: $16 + 48 = 64$ cm².

La relación de Euler y los cuerpos en la vida diaria

Regla: relación de Euler

En todo poliedro convexo el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más 2: $C + V = A + 2$. Sirve para comprobar si hemos contado bien los elementos de un poliedro o para hallar uno que falte.

Ejemplo 7

Un poliedro tiene 6 caras y 8 vértices. ¿Cuántas aristas tiene?

$C + V = A + 2$: $6 + 8 = A + 2$, luego $A = 14 - 2 = 12$ aristas (podría ser un cubo).

Propiedad: prismas y pirámides

Un **prisma** tiene dos bases iguales y paralelas y tantas caras laterales como lados tiene la base. Una **pirámide** tiene una sola base y tantas caras laterales triangulares como lados tiene la base. Los cuerpos redondos son el cilindro (dos bases circulares), el cono (una base circular y un vértice) y la esfera.

Ejemplo 8

¿Cuántas caras, vértices y aristas tiene un prisma de base heptagonal (7 lados)?

Caras: $7 + 2 = 9$. Vértices: $2 \cdot 7 = 14$. Aristas: $3 \cdot 7 = 21$. Euler: $9 + 14 = 23 = 21 + 2$.

¡Atención!

Errores frecuentes:

- Contar solo las caras laterales y olvidar las bases al calcular el área total o el número de caras.
- Confundir el prisma con la pirámide: el prisma tiene dos bases y la pirámide una sola.
- Decir que el cilindro o el cono son poliedros: tienen superficies curvas.
- Calcular el área con las aristas en lugar de con las caras.

¿Sabías que...?

Solo existen cinco poliedros regulares, llamados sólidos platónicos: el tetraedro, el

cubo, el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro. Los antiguos griegos, y en particular Platón, ya los estudiaron. Todos cumplen la relación que descubrió siglos después el matemático suizo Leonhard Euler.

El consejo de Otto

Cuenta las caras y los vértices, suma y comprueba que es igual a las aristas más 2. ¡Así sabes si te has dejado alguno!