Ejercicios - Razones trigonométricas (Matemáticas B)

Curso: 4 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Razones de un ángulo agudo

Un triángulo rectángulo tiene catetos de 3 cm y 4 cm e hipotenusa de 5 cm. Sea α el ángulo opuesto al cateto de 3 cm y β el opuesto al de 4 cm.

a. Calcula $\operatorname{sen}\alpha$, $\cos\alpha$ y $\operatorname{tg}\alpha$.
b. Calcula $\operatorname{sen}\beta$, $\cos\beta$ y $\operatorname{tg}\beta$.
c. Calcula el valor de α y de β con la calculadora (en grados).
d. Comprueba que $\alpha+\beta=90^\circ$ y que $\operatorname{sen}\alpha=\cos\beta$.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Calcular las demás razones

Calcula las otras dos razones trigonométricas de un ángulo agudo α a partir de la que se da, usando $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ y $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$.

a. $\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{5}{13}$
b. $\cos\alpha=0{,}8$
c. $\operatorname{tg}\alpha=2$
d. $\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{1}{3}$

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Razones de 30°, 45° y 60°

Recuerda: $\operatorname{sen}30^\circ=\dfrac{1}{2}$, $\cos30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg}30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\operatorname{sen}45^\circ=\cos45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\operatorname{tg}45^\circ=1$, $\operatorname{sen}60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos60^\circ=\dfrac{1}{2}$, $\operatorname{tg}60^\circ=\sqrt{3}$.

a. Calcula $\operatorname{sen}30^\circ+\cos60^\circ$.
b. Calcula $\operatorname{sen}^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ$.
c. Calcula $\operatorname{tg}60^\circ\cdot\operatorname{tg}30^\circ$.
d. Calcula $2\operatorname{sen}60^\circ-\sqrt{3}\cos30^\circ$ y simplifica.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Uso de la calculadora

Con la calculadora en modo grados:

a. Calcula $\operatorname{sen} 37^\circ$, $\cos 37^\circ$ y $\operatorname{tg} 37^\circ$ (cuatro decimales).
b. Halla el ángulo agudo cuyo seno vale $0{,}8$.
c. Halla el ángulo agudo cuya tangente vale $1{,}5$.
d. Halla el ángulo agudo cuyo coseno vale $0{,}25$.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Resolver un triángulo rectángulo (hipotenusa y ángulo)

En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 10 cm y uno de los ángulos agudos mide 35°.

a. Calcula el otro ángulo agudo.
b. Calcula el cateto opuesto al ángulo de 35°.
c. Calcula el cateto adyacente.
d. Comprueba el resultado con el teorema de Pitágoras y calcula el área.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Resolver un triángulo rectángulo (dos catetos)

Un triángulo rectángulo tiene catetos de 5 cm y 12 cm.

a. Calcula la hipotenusa.
b. Calcula el ángulo opuesto al cateto de 5 cm con la tangente.
c. Calcula el otro ángulo agudo.
d. Calcula el seno y el coseno del ángulo menor y comprueba con ellos la hipotenusa.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Ángulos complementarios

Usa que $\operatorname{sen}\alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$ y $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{1}{\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)}$.

a. Escribe $\operatorname{sen} 70^\circ$ como coseno de otro ángulo.
b. Calcula $\operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 65^\circ$.
c. Simplifica $\dfrac{\operatorname{sen} 50^\circ}{\cos 40^\circ}$.
d. Si $\cos\alpha = 0{,}6$, ¿cuánto vale $\operatorname{sen}(90^\circ - \alpha)$?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – La altura de la torre

Desde un punto situado a 30 m del pie de una torre del castillo de Peñafiel, un observador de $1{,}60$ m de altura ve la parte más alta con un ángulo de elevación de 40°.

a. Dibuja el triángulo rectángulo y señala el ángulo y los catetos.
b. Calcula la altura de la torre por encima de los ojos del observador.
c. Calcula la altura total de la torre.
d. Calcula la distancia en línea recta desde los ojos hasta la parte más alta.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – La escalera de mano

Una escalera de 5 m se apoya en una pared de un edificio de Burgos formando un ángulo de 65° con el suelo.

a. Calcula la altura que alcanza en la pared.
b. Calcula la distancia del pie de la escalera a la pared.
c. Por seguridad el ángulo debe estar entre 65° y 75°. ¿Entre qué distancias a la pared debe colocarse el pie?
d. ¿Qué altura alcanza con 75°?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – La rampa de accesibilidad

Una rampa de acceso a un portal en Gijón debe salvar un desnivel de $0{,}6$ m con una pendiente del $8\,\%$.

a. Calcula el ángulo de inclinación de la rampa.
b. Calcula la distancia horizontal que ocupa.
c. Calcula la longitud real de la rampa.
d. Si la normativa obliga a que el ángulo no supere 5°, ¿se cumple? ¿Cuál sería la pendiente máxima en %?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – El faro y el barco

Desde lo alto de un faro de 40 m sobre el nivel del mar, en la costa de Cantabria, el vigilante observa un barco con un ángulo de depresión de 18° (ángulo con la horizontal hacia abajo).

a. Dibuja el triángulo y explica por qué el ángulo en el barco, medido desde el mar hacia arriba, también es de 18°.
b. Calcula la distancia horizontal del barco al pie del faro.

c. Poco después el ángulo de depresión es de 35°. Calcula la nueva distancia.
d. ¿Cuántos metros se ha acercado el barco?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – El teleférico

Un teleférico de la sierra de Guadarrama recorre 1200 m de cable con una inclinación constante de 25°.

a. Calcula el desnivel que salva.
b. Calcula la distancia horizontal recorrida.
c. Si la cabina avanza a 5 m/s, ¿cuánto tarda?
d. Si la estación de salida está a $1\,100$ m de altitud, ¿a qué altitud está la de llegada?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – La sombra del edificio

Un edificio de 45 m de altura proyecta una sombra sobre el suelo de una plaza de Valencia. La inclinación de los rayos del sol (ángulo con el suelo) varía durante el día.

a. Calcula la longitud de la sombra cuando el sol está a 55°.
b. Calcula la sombra cuando el sol está a 30°.
c. ¿A qué ángulo de elevación del sol la sombra mide exactamente 45 m?
d. ¿A qué ángulo la sombra mide 90 m?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Pendiente de una carretera

Una señal de tráfico en un puerto de montaña de León indica una pendiente del $12\ \%$.

a. Calcula el ángulo de inclinación.
b. Calcula el desnivel tras recorrer 100 m en horizontal.
c. Calcula el desnivel tras recorrer $1\,000$ m sobre la carretera (distancia inclinada).
d. ¿Qué pendiente en % corresponde a un ángulo de 10°?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – La torre con dos observaciones

Para medir la altura de una torre inaccesible en Segovia se hacen dos observaciones alineadas con su pie: desde un punto A el ángulo de elevación es de 30° y, tras acercarse 40 m en línea recta hacia la torre, desde B el ángulo es de 45°.

a. Llama h a la altura. Escribe la distancia de B y de A al pie con la tangente.
b. Plantea y resuelve la ecuación para hallar h.

c. Comprueba el resultado con las dos tangentes.
d. Calcula las distancias en línea recta desde A y desde B hasta lo alto de la torre.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – La anchura del río

Para medir la anchura de un río en Extremadura, un topógrafo se sitúa en un punto A frente a un árbol T de la orilla opuesta, camina 30 m por su orilla hasta B y mide el ángulo $\widehat{ABT} = 50^\circ$ (el ángulo en A es recto).

a. Dibuja el triángulo rectángulo y señala los datos.
b. Calcula la anchura del río.
c. Calcula la distancia de B al árbol.
d. Si el ángulo hubiera sido de 35°, ¿qué anchura tendría el río? Compara.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – El descenso del avión

Un avión comercial se aproxima al aeropuerto de Sevilla descendiendo con un ángulo de 3° con la horizontal desde una altitud de $3\,000$ m.

a. Calcula la distancia horizontal que debe recorrer hasta tocar tierra.
b. Calcula la distancia real recorrida en el aire.
c. A una velocidad de 250 km/h, ¿cuántos minutos dura el descenso?
d. Calcula el descenso en metros por kilómetro recorrido en horizontal.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – El tejado de la casa

El tejado a dos aguas de una casa de un pueblo de Asturias tiene una inclinación de 30° en ambos faldones. La casa tiene 10 m de ancho y 14 m de fondo.

a. Dibuja la sección del tejado como un triángulo isósceles y calcula la altura de la cumbrera sobre el borde del tejado.
b. Calcula la longitud de cada faldón (en la pendiente).
c. Calcula la superficie total del tejado.
d. Si cuesta 55 €/m^2 cubrirlo con teja, ¿cuánto cuesta? Si la inclinación fuera de 40°, ¿cuánto mediría el faldón?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Un triángulo isósceles

Un triángulo isósceles tiene dos lados iguales de 10 cm y un ángulo desigual (entre ellos) de 40°.

a. Traza la altura sobre la base y calcula la mitad de la base con el seno de 20°.
b. Calcula la base.
c. Calcula la altura con el coseno de 20°.
d. Calcula el área de dos formas: con base y altura, y con $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \operatorname{sen} 40^\circ$.

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío trigonométrico

Resuelve estos retos.

a. Resuelve $2 \operatorname{sen} \alpha = \sqrt{3}$ con α agudo.
b. Demuestra que $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} = \operatorname{sen} \alpha$.
c. Demuestra que $(\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$.
d. Una escalera de L m apoyada en una pared forma α con el suelo. Si $\operatorname{sen} \alpha = 0{,}8$ y la altura alcanzada es 4 m, calcula L, la distancia al pie y $\operatorname{tg} \alpha$.