# Ejercicios - Crecimiento y tasas de variación

Curso: 4 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

## Ejercicio 1

### Ejercicio 1 – TVA y TVM de una función

Sea $f(x) = x^2 - 2x$. Recuerda que $TVA[a,b] = f(b) - f(a)$ y $TVM[a,b] = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

a. Calcula $TVA$ y $TVM$ en $[1, 4]$.
b. Calcula $TVA$ y $TVM$ en $[0, 2]$ e interpreta el resultado.
c. Calcula $TVA$ y $TVM$ en $[2, 5]$.
d. Calcula $TVR[2, 5]$ y explica por qué no existe.

## Ejercicio 2

### Ejercicio 2 – La evolución de las ventas

Las ventas anuales, en miles de euros, de un pequeño comercio durante cinco años consecutivos han sido: $100,\ 120,\ 150,\ 150,\ 180$.

a. Calcula la $TVA$ de cada año respecto al anterior.
b. Calcula la $TVR$ de cada año (en %).
c. Calcula $TVA$ y $TVM$ en todo el periodo (de la primera a la última medida).
d. ¿En qué año el crecimiento fue mayor en términos absolutos y en cuál en términos relativos?

## Ejercicio 3

### Ejercicio 3 – Porcentajes encadenados

Calcula la variación porcentual total en cada caso.

a. Subida del $20\ \%$ y después bajada del $20\ \%$.
b. Dos subidas seguidas del $10\ \%$.
c. Dos bajadas seguidas del $10\ \%$.
d. Subida del $50\ \%$ y después bajada del $50\ \%$.

## Ejercicio 4

### Ejercicio 4 – Hallar el porcentaje o el valor inicial

Resuelve con el factor de variación $1 + TVR$.

a. Un abrigo pasa de $40$ € a $46$ €. ¿Cuál es la variación porcentual?
b. Un videojuego pasa de $80$ € a $68$ €. ¿Y aquí?
c. Tras una subida del $5\ \%$ un producto cuesta $63$ €. ¿Cuánto costaba antes?
d. Tras una bajada del $25\ \%$ un producto cuesta $45$ €. ¿Cuánto costaba antes?

## Ejercicio 5

**Ejercicio 5 – La función lineal tiene TVM constante**

Sea $f(x) = 3x + 2$.

a. Calcula la $TVM$ en $[0, 5]$ y en $[2, 10]$.
b. ¿Qué relación tiene la $TVM$ con la pendiente de la recta?
c. Calcula $TVA[1, 2]$ y $TVA[7, 8]$.
d. ¿Es constante la $TVR$? Calcula $TVR[0, 1]$ y $TVR[4, 5]$.

## Ejercicio 6

**Ejercicio 6 – La parábola cambia a ritmos distintos**

Estudia $g(x) = x^2$ en intervalos consecutivos de longitud $1$.

a. Calcula $TVM[0, 1]$, $TVM[1, 2]$, $TVM[2, 3]$ y $TVM[3, 4]$.
b. ¿Qué observas? ¿Crece cada vez más deprisa?
c. Calcula $TVM[-2, 0]$ y $TVM[-2, 2]$ e interpreta el segundo valor.
d. Relaciona el resultado con la forma de la parábola.

## Ejercicio 7

**Ejercicio 7 – La población de una localidad**

La población de una localidad de la Rioja Baja ha evolucionado así: 2018, $52\,000$ habitantes; 2019, $53\,560$; 2020, $53\,000$; 2021, $54\,060$; 2022, $56\,223$.

a. Calcula la $TVA$ de cada año y di en cuáles hubo pérdida de población.
b. Calcula la $TVR$ de cada año en % (con un decimal).
c. Calcula la $TVM$ del periodo 2018-2022 e interprétala.
d. Si la población creciera un $3\ \%$ cada año desde 2022, ¿cuántos habitantes tendría en 2024?

## Ejercicio 8

**Ejercicio 8 – Las ventas mensuales de una tienda**

Una tienda de deportes de Alicante vende $3\,200$ € en enero. En febrero las ventas suben un $10\ \%$, en marzo bajan un $5\ \%$ y en abril suben un $10\ \%$.

a. Calcula las ventas de febrero, marzo y abril.
b. Calcula la variación porcentual acumulada de enero a abril.
c. Calcula la $TVA$ y la $TVM$ de enero a abril.
d. ¿Cuál sería la subida mensual constante que da el mismo resultado en tres meses? (usa que $1{,}1495^{1/3} \approx 1{,}0475$)

## Ejercicio 9

### Ejercicio 9 – El precio del combustible

El litro de gasolina cuesta $1{,}60$ € en una gasolinera de Zaragoza. Sube un $8\ \%$ en un mes y luego baja un $5\ \%$ el mes siguiente.

a. Calcula el precio tras la subida y tras la bajada.
b. Calcula la variación porcentual acumulada.
c. Una familia gasta $60$ L al mes. ¿Cuánto paga antes y después de los dos cambios?
d. ¿Qué bajada habría que aplicar al precio subido para volver al precio inicial?

## Ejercicio 10

### Ejercicio 10 – La temperatura a lo largo del día

Un termómetro de Burgos marca estas temperaturas: a las $6$ h, $8$ °C; a las $12$ h, $19$ °C; a las $15$ h, $22$ °C; a las $18$ h, $16$ °C; a las $24$ h, $9$ °C.

a. Calcula la $TVA$ de cada intervalo entre medidas consecutivas.
b. Calcula la $TVM$ de cada intervalo (en °C por hora, con dos decimales).
c. ¿En qué intervalo se calienta más deprisa y en cuál se enfría más deprisa?
d. Calcula la $TVM$ de las $6$ h a las $24$ h e interpreta su signo.

## Ejercicio 11

### Ejercicio 11 – Ahorro con interés

Una familia de León ingresa $2\,000$ € en una cuenta que paga el $3\ \%$ anual de interés compuesto.

a. Calcula el saldo al final de cada uno de los tres primeros años.
b. Calcula la $TVA$ de cada año y comprueba que aumenta.
c. Calcula la $TVR$ de cada año.
d. Compara con una cuenta que paga siempre $60$ € de interés fijo al año (interés simple). ¿Cuál tiene más saldo a los $3$ años?

## Ejercicio 12

### Ejercicio 12 – Rebajas encadenadas

En unas rebajas de enero, unos zapatos de $80$ € se rebajan un $30\ \%$ y después, en un

segundo cartel, se aplica una rebaja adicional del $15\ \%$ sobre el precio ya rebajado.

a. Calcula el precio después de cada rebaja.
b. Calcula el descuento total en %.
c. ¿Es lo mismo aplicar primero el $15\ \%$ y después el $30\ \%$?
d. ¿Equivale a una rebaja única del $45\ \%$? Compara los precios.

## Ejercicio 13

### Ejercicio 13 – El crecimiento de una planta

La altura de una planta de un vivero de Cádiz, en cm, medida cada semana, es: $10,\ 13,\ 17,\ 22,\ 28$.

a. Calcula la $TVA$ semanal.
b. Calcula la $TVR$ semanal (en %, con un decimal).
c. Calcula la $TVM$ en las cuatro semanas.
d. ¿Se puede decir que crece a ritmo relativo casi constante? Explica y predice la altura de la semana $5$ si la $TVR$ se mantiene en el $27\ \%$.

## Ejercicio 14

### Ejercicio 14 – La velocidad media

Un ciclista de Mallorca registra su distancia recorrida desde la salida: a los $0{,}5$ h, $40$ km; a $1$ h, $90$ km; a $2$ h, $190$ km. En el inicio ($t = 0$) la distancia es cero.

a. Calcula la $TVM$ de la distancia en $[0; 0{,}5]$, $[0{,}5; 1]$ y $[1, 2]$.
b. Interpreta la $TVM$ como velocidad media.
c. Calcula la velocidad media de toda la salida.
d. ¿En qué tramo fue más rápido? Si mantiene la velocidad del último tramo, ¿qué distancia recorrerá en $3$ h en total?

## Ejercicio 15

### Ejercicio 15 – Un cultivo con tasa relativa constante

Un cultivo de bacterias de una universidad de Granada empieza con $100$ individuos y crece un $50\ \%$ cada hora.

| Hora | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bacterias | 100 | ? | ? | ? | ? | ? | ? |

a. Completa la tabla de las seis primeras horas.
b. Calcula la $TVA$ de cada hora y comprueba que no es constante.
c. Escribe la fórmula $N(t) = 100 \cdot 1{,}5^{t}$ y calcula $N(6)$.
d. ¿Cuánto tarda en duplicarse? (prueba con $t = 1$, $2$ y usa $1{,}5^{1{,}7} \approx 2$)
e. Calcula la $TVM$ en $[0, 6]$ y compárala con la $TVM$ en $[0, 3]$. ¿Qué indica?

## Ejercicio 16

### Ejercicio 16 – La inflación acumulada

La inflación anual en un país fue del $2{,}5\ \%$ el primer año, del $3{,}1\ \%$ el segundo y del $1{,}8\ \%$ el tercero. Una cesta de la compra costaba $100$ € al comenzar.

a. Calcula el precio de la cesta al final de cada año.
b. Calcula la inflación acumulada de los tres años.
c. ¿Es igual a la suma $2{,}5 + 3{,}1 + 1{,}8$? ¿Por qué?
d. Calcula la inflación media anual (tasa constante equivalente) con $1{,}0758^{1/3} \approx 1{,}0247$.

## Ejercicio 17

### Ejercicio 17 – Las visitas de una página web

Una página web de una asociación vecinal de Valencia tuvo estas visitas mensuales: $12\,000$, $13\,200$, $14\,520$ y $15\,972$.

a. Calcula la $TVA$ de cada mes.
b. Calcula la $TVR$ de cada mes y di qué tipo de crecimiento es.
c. Predice las visitas del quinto y del sexto mes.
d. ¿En qué mes se superarán por primera vez las $25\,000$ visitas si el ritmo continúa?

## Ejercicio 18

### Ejercicio 18 – Matrículas que disminuyen

Un instituto de un pueblo de Asturias tenía $800$ alumnos en 2020, $760$ en 2021, $722$ en 2022 y $686$ en 2023 (se redondean al entero más próximo).

a. Calcula la $TVA$ y la $TVR$ de cada curso.
b. ¿Qué tipo de evolución es? Escribe $A(n) = 800 \cdot 0{,}95^{n}$.
c. Predice la matrícula de 2025 y de 2027.
d. ¿En qué año la matrícula bajará de $600$ alumnos?

## Ejercicio 19

### Ejercicio 19 – El precio antes de las rebajas

En una tienda de Murcia una chaqueta cuesta $84$ € después de aplicarle un descuento del $30\ \%$. Una cazadora cuesta $121$ € con un IVA del $21\ \%$ incluido.

a. Calcula el precio de la chaqueta antes del descuento.
b. Calcula el precio sin IVA de la cazadora.
c. ¿Cuánto representa el IVA en euros?
d. Si a la cazadora se le aplicara el $30\ \%$ de descuento, ¿cuál sería el precio final con IVA? ¿Y sin IVA?

## Ejercicio 20

### Ejercicio 20 – Desafío: recuperar una pérdida

Resuelve estos retos sobre variaciones porcentuales.

a. Una acción baja un $50\ \%$. ¿Qué porcentaje debe subir después para recuperar su valor?
b. Si baja un $20\ \%$, ¿qué subida la recupera?
c. Un precio sube un $x\ \%$ y luego baja un $x\ \%$ y el resultado es el $96\ \%$ del inicial. Halla $x$.
d. Un valor aumenta un $10\ \%$ tres años seguidos. ¿Cuál es el aumento total y cuál sería con un aumento simple de $10\ \%$ al año?