Soluciones - Crecimiento y tasas de variación

Curso: 4 Eso

Solución del ejercicio 1

a. $f(1) = -1$, $f(4) = 8$. $TVA = 9$ y $TVM = \frac{9}{3} = 3$. Calculamos $f(1) = 1 - 2 = -1$ y $f(4) = 16 - 8 = 8$; la TVM es la TVA entre la longitud del intervalo, 3.
b. $f(0) = 0$, $f(2) = 0$. $TVA = 0$ y $TVM = 0$: la función vuelve al mismo valor.
c. $f(2) = 0$, $f(5) = 15$. $TVA = 15$ y $TVM = \frac{15}{3} = 5$. La longitud del intervalo es 3.
d. $TVR = \frac{f(5) - f(2)}{f(2)} = \frac{15}{0}$: no se puede dividir entre cero. La tasa relativa divide entre el valor inicial, que aquí es cero.

Solución del ejercicio 2

a. $20,\ 30,\ 0,\ 30$ miles de euros.
b. $\frac{20}{100} = 20\ \%$; $\frac{30}{120} = 25\ \%$; $0\ \%$; $\frac{30}{150} = 20\ \%$.
c. $TVA = 180 - 100 = 80$ y $TVM = \frac{80}{4} = 20$ miles de euros por año.
d. En términos absolutos, el segundo y el cuarto año empatan (30). En términos relativos, el mayor es el segundo $(25\ \%)$.

Solución del ejercicio 3

a. $1{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96$: variación total $-4\ \%$. Multiplicamos los factores de variación: subir un 20 % es multiplicar por 1,2 y bajar un 20 %, por 0,8. El precio no vuelve al inicial.
b. $1{,}1 \cdot 1{,}1 = 1{,}21$: $+21\ \%$. Cada subida multiplica por 1,1; la segunda se aplica sobre un precio ya aumentado, por eso el total supera el 20 %.
c. $0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$: $-19\ \%$. Cada bajada multiplica por 0,9; el total es menos del 20 % porque la segunda bajada se aplica sobre un precio menor.
d. $1{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}75$: $-25\ \%$. Aunque los porcentajes son iguales, el resultado final es tres cuartos del precio inicial.

Solución del ejercicio 4

a. $\dfrac{46-40}{40} = 0{,}15$: sube un $15\ \%$. Dividimos la variación entre el precio inicial. Respuesta: sube un 15 %.
b. $\dfrac{68-80}{80} = -0{,}15$: baja un $15\ \%$. La variación es negativa, lo que indica una bajada. Respuesta: baja un 15 %.
c. $P \cdot 1{,}05 = 63$, $P = 60$ €. Dividimos el precio final entre el factor 1,05. Comprobación: $60 \cdot 1{,}05 = 63$.
d. $P \cdot 0{,}75 = 45$, $P = 60$ €. Bajar un 25 % es multiplicar por 0,75; dividimos entre ese factor. Comprobación: $60 \cdot 0{,}75 = 45$.

Solución del ejercicio 5

a. $f(0) = 2$, $f(5) = 17$: $TVM = \dfrac{15}{5} = 3$. $f(2) = 8$, $f(10) = 32$: $TVM = \dfrac{24}{8} = 3$.
b. Coincide con la pendiente $m = 3$ en cualquier intervalo. En una función lineal la variación media es siempre la pendiente.
c. $TVA[1, 2] = 8 - 5 = 3$ y $TVA[7, 8] = 26 - 23 = 3$.
d. $TVR[0, 1] = \dfrac{5-2}{2} = 150\ \%$ y $TVR[4, 5] = \dfrac{17-14}{14} \approx 21{,}4\ \%$. No es constante: el mismo aumento absoluto es relativamente menor cuanto más grande es el valor.

Solución del ejercicio 6

a. $1,\ 3,\ 5,\ 7$.
b. La TVM aumenta 2 en cada intervalo: la función crece cada vez más deprisa.
c. $TVM[-2, 0] = \dfrac{0-4}{2} = -2$. $TVM[-2, 2] = \dfrac{4-4}{4} = 0$: la función vuelve al mismo valor por simetría.
d. La parábola decrece a la izquierda del vértice y crece a la derecha; su pendiente aumenta de forma continua.

Solución del ejercicio 7

a. $+1560;\ -560;\ +1060;\ +2163$. Hubo pérdida en 2020. Restamos cada población a la del año siguiente.
b. $\dfrac{1560}{52000} = 3{,}0\ \%$; $\dfrac{-560}{53560} \approx -1{,}0\ \%$; $\dfrac{1060}{53000} = 2{,}0\ \%$; $\dfrac{2163}{54060} = 4{,}0\ \%$. Dividimos cada TVA entre la población del año anterior.
c. $TVM = \dfrac{56223 - 52000}{4} = 1055{,}75$ habitantes por año: en media, la localidad ganó unos 1056 habitantes cada año.
d. $56\,223 \cdot 1{,}03^2 = 56\,223 \cdot 1{,}0609 = 59\,647$, es decir unos $59\,647$ habitantes. Multiplicamos dos veces por 1,03.

Solución del ejercicio 8

a. Febrero $3200 \cdot 1{,}10 = 3520$; marzo $3520 \cdot 0{,}95 = 3344$; abril $3344 \cdot 1{,}10 = 3678{,}40$ €. Cada mes multiplicamos por el factor correspondiente.
b. $1{,}10 \cdot 0{,}95 \cdot 1{,}10 = 1{,}1495$: $+14{,}95\ \%$. Multiplicamos los tres factores.
c. $TVA = 3678{,}40 - 3200 = 478{,}40$ € y $TVM = \dfrac{478{,}40}{3} \approx 159{,}47$ € al mes. La TVM es la TVA entre los 3 meses.
d. La subida constante sería de $\approx 4{,}75\ \%$ al mes.

Solución del ejercicio 9

a. $1{,}60 \cdot 1{,}08 = 1{,}728$ €; $1{,}728 \cdot 0{,}95 = 1{,}6416$ €. Multiplicamos por 1,08 y después por 0,95.
b. $1{,}08 \cdot 0{,}95 = 1{,}026$: $+2{,}6\ \%$.
c. Antes 96 € y después $60 \cdot 1{,}6416 = 98{,}50$ €. Multiplicamos los litros por cada precio.
d. Hay que dividir: $\dfrac{1{,}60}{1{,}728} = 0{,}9259$, es decir una bajada del $7{,}4\ \%$.

Solución del ejercicio 10

a. $+11;\ +3;\ -6;\ -7$ °C.
b. $\dfrac{11}{6} \approx 1{,}83$; $\dfrac{3}{3} = 1$; $\dfrac{-6}{3} = -2$; $\dfrac{-7}{6} \approx -1{,}17$ °C/h.
c. Se calienta más deprisa entre las 6 y las 12 h ($1{,}83$ °C/h) y se enfría más deprisa entre las 15 y las 18 h (-2 °C/h).
d. $TVM = \dfrac{9-8}{18} \approx 0{,}06$ °C/h: positiva, pero casi cero, porque a las 24 h la temperatura es casi la de las 6 h.

Solución del ejercicio 11

a. $2060;\ 2121{,}80;\ 2185{,}45$ €. Cada año multiplicamos el saldo por 1,03.
b. $60;\ 61{,}80;\ 63{,}65$ € (aumentan porque el interés se calcula sobre un saldo mayor).
c. Siempre $3\ \%$: $\dfrac{60}{2000} = \dfrac{61{,}8}{2060} = 0{,}03$.
d. Con interés simple: $2000 + 3 \cdot 60 = 2180$ €. El compuesto gana $5{,}45$ € más.

Solución del ejercicio 12

a. $80 \cdot 0{,}70 = 56$ € y $56 \cdot 0{,}85 = 47{,}60$ €. Cada rebaja multiplica por su factor: 0,70 y

0,85.
b. $0{,}70 \cdot 0{,}85 = 0{,}595$: descuento total del $40{,}5\ \%$. Restamos el factor total a 1.
c. Sí: $0{,}85 \cdot 0{,}70 = 0{,}595$; el producto de factores no depende del orden.
d. No: con $45\ \%$ costarían $80 \cdot 0{,}55 = 44$ €, menos que $47{,}60$ €. Dos rebajas encadenadas no se suman.

Solución del ejercicio 13

a. $3,\ 4,\ 5,\ 6$ cm.
b. $\frac{3}{10} = 30{,}0\ \%$; $\frac{4}{13} \approx 30{,}8\ \%$; $\frac{5}{17} \approx 29{,}4\ \%$; $\frac{6}{22} \approx 27{,}3\ \%$.
c. $TVM = \frac{28 - 10}{4} = 4{,}5$ cm por semana.
d. La TVR oscila alrededor del $30\ \%$ (algo menos al final), mientras que la TVA aumenta cada semana. Con un $27\ \%$: $28 \cdot 1{,}27 = 35{,}56$ cm.

Solución del ejercicio 14

a. $\frac{40}{0{,}5} = 80$; $\frac{50}{0{,}5} = 100$; $\frac{100}{1} = 100$ km/h.
b. La TVM de la distancia respecto al tiempo es la velocidad media en el intervalo, en km/h.
c. $\frac{190}{2} = 95$ km/h.
d. Fue más rápido (empatando) en los dos últimos tramos, 100 km/h. En 3 h: $190 + 100 = 290$ km.

Solución del ejercicio 15

a. $100;\ 150;\ 225;\ 337{,}5;\ 506{,}25;\ 759{,}38;\ 1139{,}06$ (horas 0 a 6).
b. $50;\ 75;\ 112{,}5;\ 168{,}75;\ 253{,}13;\ 379{,}69$: aumentan cada hora, aunque la TVR es siempre $50\ \%$.
c. $N(6) = 100 \cdot 1{,}5^6 = 1139{,}06$ individuos.
d. En 1 h hay 150 y en 2 h 225: el doble se alcanza entre la primera y la segunda hora, aproximadamente a las $1{,}7$ h.
e. $TVM[0, 6] = \frac{1039{,}06}{6} \approx 173{,}18$ y $TVM[0, 3] = \frac{237{,}5}{3} \approx 79{,}17$. La TVM crece: el ritmo de crecimiento aumenta con el tiempo.

Solución del ejercicio 16

a. $102{,}50;\ 105{,}68;\ 107{,}58$ € (redondeando a céntimos).

b. $1{,}025 \cdot 1{,}031 \cdot 1{,}018 \approx 1{,}0758$: $+7{,}58\ \%$.
c. La suma es $7{,}4\ \%$, menor que $7{,}58\ \%$: porque cada año el porcentaje se aplica sobre un precio ya aumentado.
d. La tasa constante equivalente es $\approx 2{,}47\ \%$ anual.

Solución del ejercicio 17

a. $+1200;\ +1320;\ +1452$. Restamos las visitas de cada mes a las del mes siguiente.
b. $\dfrac{1200}{12000} = \dfrac{1320}{13200} = \dfrac{1452}{14520} = 10\ \%$: crecimiento exponencial con TVR constante. La TVR es la misma cada mes, señal de crecimiento exponencial.
c. Quinto mes: $15\,972 \cdot 1{,}1 = 17\,569{,}2 \approx 17\,569$. Sexto: $19\,326{,}1 \approx 19\,326$. Multiplicamos por 1,1 cada mes.
d. Séptimo: $21\,258{,}7$; octavo: $23\,384{,}6$; noveno: $25\,723{,}1$. Se superan en el noveno mes. Seguimos multiplicando por 1,1 hasta pasar de 25 000. Respuesta: en el noveno mes.

Solución del ejercicio 18

a. $-40;\ -38;\ -36$ alumnos. TVR: $-5\ \%$ cada año. Cada TVR se calcula sobre la matrícula del año anterior.
b. Disminución exponencial de factor $0{,}95$. Cada año se multiplica por 0,95.
c. 2025 ($n = 5$): $800 \cdot 0{,}95^5 \approx 619$. 2027 ($n = 7$): ≈ 559. Sustituimos $n = 5$ y $n = 7$.
d. $800 \cdot 0{,}95^n$ da $0{,}95^n$, $n > 5{,}6$. Con $n = 6$ (2026): ≈ 588 alumnos. Respuesta: en 2026.

Solución del ejercicio 19

a. $P \cdot 0{,}70 = 84$, $P = 120$ €. Dividimos entre el factor 0,70.
b. $P \cdot 1{,}21 = 121$, $P = 100$ €. Dividimos entre el factor 1,21.
c. $121 - 100 = 21$ €.
d. $121 \cdot 0{,}70 = 84{,}70$ € con IVA, que equivale a $\dfrac{84{,}70}{1{,}21} = 70$ € sin IVA: el descuento se aplica igual a la base.

Solución del ejercicio 20

a. Se multiplica por $0{,}5$; para volver a 1 hace falta $\dfrac{1}{0{,}5} = 2$: subida del $100\ \%$.
b. $\dfrac{1}{0{,}8} = 1{,}25$: subida del $25\ \%$.

c. $(1+r)(1-r) = 1 - r^2 = 0{,}96$, $r^2 = 0{,}04$, $r = 0{,}2$: $x = 20\ \%$.
d. Compuesto: $1{,}1^3 = 1{,}331$, es decir $+33{,}1\ \%$. Simple: $+30\ \%$. La diferencia se debe a que en el compuesto cada aumento se aplica sobre el valor ya aumentado.