Ejercicios - Semejanza, Pitágoras y modelos geométricos

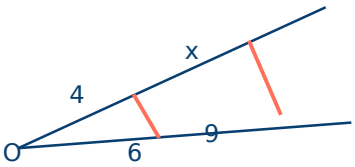
Curso: 4 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – El teorema de Tales

Tres rectas paralelas cortan a dos rectas secantes que se cruzan en O. Aplica el teorema de Tales (los segmentos correspondientes son proporcionales) para hallar x.



a. $\dfrac{4}{6} = \dfrac{x}{9}$
b. $\dfrac{5}{x} = \dfrac{10}{14}$
c. $\dfrac{x}{x+4} = \dfrac{3}{5}$
d. $\dfrac{2{,}4}{3{,}6} = \dfrac{x}{15}$

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Triángulos semejantes

Un triángulo tiene lados 3, 4 y 5 cm. Otro triángulo semejante tiene su lado menor igual a 9 cm.

a. Calcula la razón de semejanza k.
b. Calcula los otros dos lados del segundo triángulo.
c. Calcula los perímetros y compara su razón con k.
d. Calcula las áreas y compara su razón con k^2.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Escalas

Un mapa de carreteras de Navarra está a escala $1:50\,000$.

a. Dos pueblos están a $3{,}2$ cm en el mapa. ¿A qué distancia real están?

b. Una ruta real de 12 km, ¿cuántos centímetros mide en el mapa?
c. Un lago ocupa 20 cm^2 en el mapa. ¿Cuántos km^2 ocupa en la realidad?
d. ¿Qué escala tendría un mapa en el que 12 km reales midieran 6 cm?

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Razón de áreas y volúmenes

Dos cuerpos semejantes tienen razón de semejanza $k = 3$ (el segundo es el mayor).

a. Si el perímetro de una cara del primero es 12 cm, ¿cuánto mide el del segundo?
b. Si el área de una cara del primero es 10 cm^2, ¿cuánto mide el del segundo?
c. Si el volumen del primero es 4 cm^3, ¿cuánto mide el del segundo?
d. Si el volumen del segundo es 27 veces el del primero, ¿cuál es la razón de semejanza?

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – El teorema de Pitágoras

Calcula el lado que falta en cada triángulo rectángulo (a y b son los catetos y c la hipotenusa).

a. $a = 6$ y $b = 8$. Calcula c.
b. $c = 13$ y $a = 5$. Calcula b.
c. $a = 7$ y $c = 25$. Calcula b.
d. Calcula la diagonal de un cuadrado de lado 5 cm (exacta y aproximada).

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Teoremas del cateto y de la altura

En un triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa la divide en dos segmentos de 4 cm y 9 cm.

a. Calcula la hipotenusa.
b. Calcula la altura con el teorema de la altura $h^2 = m \cdot n$.
c. Calcula los catetos con el teorema del cateto $b^2 = m \cdot c$.
d. Comprueba que los catetos cumplen Pitágoras y calcula el área.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – La altura del árbol

Un excursionista de $1{,}80$ m de altura proyecta una sombra de $2{,}40$ m en un parque de Soria. En ese mismo instante, un árbol proyecta una sombra de 12 m.

a. Explica por qué los triángulos formados son semejantes.

b. Plantea la proporción y calcula la altura del árbol.
c. Calcula la razón de semejanza.
d. A otra hora, la sombra del árbol mide 18 m. ¿Cuánto mide entonces la sombra del excursionista?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – La escalera apoyada

Un bombero de Bilbao apoya una escalera de 6 m contra una fachada vertical.

a. Si el pie está a $1{,}5$ m de la pared, ¿a qué altura llega? (exacta y aproximada)
b. Para llegar a una ventana situada a 5 m de altura, ¿a qué distancia de la pared debe colocar el pie?
c. ¿Qué distancia máxima al pie de la pared permite alcanzar al menos 4 m de altura?
d. Si se aleja el pie hasta 3 m, ¿cuánto baja la parte alta respecto del caso a)?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – La maqueta del edificio

Una arquitecta de Málaga construye una maqueta a escala $1:200$ de un edificio de 60 m de altura, 45 m de ancho y 40 m de fondo.

a. Calcula las dimensiones de la maqueta en centímetros.
b. La fachada de la maqueta tiene una superficie de 300 cm^2. ¿Cuántos m^2 tiene la fachada real?
c. El volumen interior de la maqueta es de 5 L. ¿Cuántos m^3 tiene el real?
d. Razona por qué la razón de áreas no es 200.

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – El mapa de la ruta

Un mapa topográfico de la Sierra de Gredos tiene escala $1:25\,000$.

a. Una ruta mide $4{,}5$ cm en el mapa. ¿Cuántos kilómetros mide en la realidad?
b. Una ruta real de 6 km, ¿cuántos centímetros ocupa en el mapa?
c. Una laguna ocupa un rectángulo de 2 cm por 3 cm en el mapa. Calcula su superficie real en m^2 y km^2.
d. Un desnivel real de 450 m, ¿cuántos mm mide a escala?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – La pantalla del televisor

Una pantalla de televisor de una tienda de Valencia tiene proporción $16:9$ y una

diagonal de 55 pulgadas (1 pulgada $= 2{,}54$ cm).

a. Calcula la diagonal en centímetros.
b. Si el ancho es $16k$ y el alto $9k$, calcula k con Pitágoras: $(16k)^2 + (9k)^2 = d^2$.
c. Calcula el ancho y el alto en centímetros.
d. Una segunda pantalla de 32 pulgadas tiene la misma proporción. ¿Cuál es la razón entre las áreas de las dos pantallas?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Dos tamaños de pizza

Una pizzería de Zaragoza vende una pizza de 20 cm de diámetro por 8 € y otra de 30 cm de diámetro por 15 €. Ambas tienen el mismo grosor.

a. Calcula el área de cada pizza.
b. Calcula la razón de semejanza y la razón de áreas.
c. Calcula el precio por centímetro cuadrado de cada una.
d. ¿Cuál conviene más? ¿Cuánto debería costar la grande para tener el mismo precio por cm^2?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – La diagonal del campo

Un campo de fútbol de Vigo mide 105 m de largo y 68 m de ancho.

a. Calcula la longitud de la diagonal.
b. Un jugador va de una esquina a la opuesta por la diagonal; otro lo hace bordeando el campo. ¿Cuánto más recorre el segundo?
c. ¿Cuánto tarda cada uno a 6 m/s?
d. Un campo de entrenamiento semejante tiene la mitad de largo. ¿Cuál es su área y qué fracción del área del campo grande?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Ampliar una fotografía

Una fotografía de 15 cm por 10 cm se amplía para un cartel de forma que el lado mayor mida 45 cm.

a. Calcula la razón de semejanza.
b. Calcula el otro lado del cartel.
c. Calcula la razón de áreas y el área de la foto y del cartel.
d. Si el cartel debe tener 24 cm de lado menor, ¿cuánto mide el lado mayor?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – La anchura del río

Un topógrafo quiere medir la anchura x de un río sin cruzarlo. En la orilla opuesta hay un árbol T. En su orilla clava dos estacas y traza dos rectas desde el árbol: sobre la orilla de la que mide, las dos rectas determinan un segmento de 4 m; sobre una segunda línea de estacas, paralela a la orilla y situada a 12 m de ella, determinan un segmento de 10 m.

a. Dibuja un esquema y explica dónde aparecen triángulos semejantes.
b. Plantea la proporción $\dfrac{x}{x+12} = \dfrac{4}{10}$.
c. Resuelve la ecuación y da la anchura del río.
d. Comprueba el resultado y calcula la razón de semejanza de los dos triángulos.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – La pista de esquí

Una pista de esquí de Sierra Nevada salva un desnivel vertical de 120 m con una distancia horizontal de 500 m.

a. Calcula la longitud de la pista.
b. Calcula la pendiente en % (desnivel entre distancia horizontal).
c. Un esquiador baja a 54 km/h. ¿Cuánto tarda?
d. Otro tramo semejante a este tiene un desnivel de 60 m. ¿Cuál es su longitud y distancia horizontal?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – El depósito a escala

Se diseña un depósito de agua para un pueblo de Lleida con una capacidad de $2\,000$ L. Se construye primero un prototipo semejante a escala $1:5$ para hacer pruebas.

a. Calcula la capacidad del prototipo.
b. La superficie interior del depósito real es de 24 m^2. ¿Cuál es la del prototipo?
c. Si el depósito real tiene una altura de $1{,}5$ m, ¿cuánto mide el prototipo?
d. Con un grifo de $0{,}5$ L/s, ¿cuánto tarda en llenarse el prototipo?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – El tejado a dos aguas

El tejado de una nave de una granja en Lugo tiene forma de triángulo isósceles en su sección: la base mide 10 m y la altura 3 m. La nave tiene 12 m de largo.

a. Calcula la longitud de cada faldón inclinado (lado del triángulo).

b. Calcula la superficie total de tejado (dos faldones rectangulares).
c. Si las tejas cuestan 18 €/m^2 colocadas, calcula el coste.
d. Una nave semejante con razón $k = 1{,}5$, ¿cuánto medirá su tejado en superficie?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – La sombra del teatro de títeres

En un teatro de títeres escolar de un colegio de Cádiz, una linterna ilumina un muñeco de 10 cm de altura situado a 2 m de la linterna. La pared de proyección está a 5 m de la linterna.

a. Dibuja el esquema con los triángulos semejantes.
b. Calcula la altura de la sombra en la pared.
c. ¿A qué distancia de la linterna hay que colocar el muñeco para que la sombra mida 40 cm?
d. Calcula la razón de áreas entre la sombra y el muñeco.

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío geométrico

Resuelve estos retos.

a. Calcula la diagonal de un cubo de arista 4 cm: primero la diagonal de la base y luego la del cubo.
b. La altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 12 y la hipotenusa mide 25. Calcula los dos segmentos en que divide a la hipotenusa.
c. Dos figuras semejantes tienen áreas 49 cm^2 y 25 cm^2. Calcula la razón de semejanza y la razón de volúmenes de sólidos semejantes con esa razón.
d. Demuestra que si los lados de un triángulo son proporcionales a $5, 12, 13$ el triángulo es rectángulo.