Ejercicios - Técnicas de recuento y probabilidad

Curso: 4 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Dos dados

Se lanzan dos dados de seis caras y se anota el par de resultados.

a. ¿Cuántos resultados posibles hay? Escribe cuatro de ellos.
b. Calcula la probabilidad de que la suma sea 7.
c. Calcula la probabilidad de que los dos números sean pares.
d. Calcula la probabilidad de que la suma sea al menos 10 y la de que salga al menos un 6.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – La bolsa de bolas

Una bolsa contiene 5 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes. Se extrae una al azar.

a. Calcula $P(\text{roja})$ y $P(\text{azul})$.
b. Calcula la probabilidad de que no sea azul.
c. Calcula la probabilidad de que sea roja o verde.
d. Calcula la probabilidad de que sea amarilla y explica qué tipo de suceso es.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Unión e intersección

Para dos sucesos A y B se sabe que $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(A \cap B) = 0{,}2$.

a. Calcula $P(A \cup B)$ con la regla $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
b. Calcula .
c. Calcula la probabilidad de que ocurra A pero no B.
d. Calcula la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Gafas en la clase

En una clase de 60 alumnos de un instituto de Albacete hay 30 chicos y 30 chicas. Llevan gafas 6 chicos y 9 chicas.

	Gafas	Sin gafas	Total
Chicos	6	24	30
Chicas	9	21	30
Total	?	?	60

a. Construye la tabla de doble entrada.
b. Calcula $P(\text{gafas})$ y $P(\text{chica})$.
c. Calcula $P(\text{gafas} \mid \text{chica})$ y $P(\text{chica} \mid \text{gafas})$.
d. ¿Son independientes «llevar gafas» y «ser chica»? Compara $P(\text{gafas} \mid \text{chica})$ con $P(\text{gafas})$.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Dos extracciones sin devolución

Una urna contiene 4 bolas rojas y 6 negras. Se extraen dos bolas seguidas sin devolver la primera.

a. Dibuja el diagrama de árbol con las probabilidades.
b. Calcula $P(RR)$ y $P(NN)$.
c. Calcula la probabilidad de que las dos bolas sean de distinto color.
d. Calcula la probabilidad de que salga al menos una bola roja y comprueba que las cuatro ramas suman 1.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Tres lanzamientos de moneda

Se lanza tres veces una moneda equilibrada. Los lanzamientos son independientes.

a. Escribe el espacio muestral y su tamaño.
b. Calcula la probabilidad de obtener tres caras.
c. Calcula la probabilidad de obtener exactamente dos caras.
d. Si han salido tres caras, ¿cuál es la probabilidad de que en el cuarto lanzamiento salga cara? Calcula también la probabilidad de al menos una cara en tres lanzamientos.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – La ruleta de la feria

La ruleta de una caseta de feria de Jaén tiene 8 sectores iguales: 3 rojos, 2 azules, 2 verdes y 1 amarillo. Se hacen dos giros independientes.

a. Calcula la probabilidad de cada color en un giro.
b. Calcula la probabilidad de rojo en los dos giros.
c. Calcula la probabilidad de rojo en el primero y azul en el segundo.

d. Calcula la probabilidad de que los dos giros den el mismo color.

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – La baraja española

Una baraja española tiene 40 cartas: cuatro palos (oros, copas, espadas y bastos) con diez cartas cada uno, de las cuales tres son figuras (sota, caballo y rey). Se saca una carta al azar.

a. Calcula la probabilidad de oros y la de figura.
b. Calcula la probabilidad de oros o figura.
c. Calcula la probabilidad de sacar el as de oros.
d. Si se sacan dos cartas sin devolución, calcula la probabilidad de que las dos sean ases.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Deporte y música

En un grupo de 30 alumnos de un instituto de Girona, 18 practican deporte, 12 tocan un instrumento y 5 hacen las dos cosas.

a. Calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar practique deporte o toque un instrumento.
b. Calcula la probabilidad de que no haga ninguna de las dos cosas.
c. Calcula $P(\text{deporte} \mid \text{instrumento})$.
d. Calcula $P(\text{instrumento} \mid \text{deporte})$ y compara.

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Sumas con dos dados

Se lanzan dos dados. Sea S la suma de los resultados.

a. Calcula $P(S = 8)$.
b. Calcula $P(S \geq 9)$.
c. Calcula la probabilidad de que el primer dado sea par y la suma sea 8.
d. Calcula $P(S = 8 \mid \text{primer dado par})$.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – El test al azar

En un test de 5 preguntas, cada una con 4 opciones y una sola correcta, un alumno responde al azar.

a. Calcula la probabilidad de acertar una pregunta concreta.
b. Calcula la probabilidad de acertar las dos primeras.

c. Calcula la probabilidad de fallar las cinco.
d. Calcula la probabilidad de acertar al menos una de las cinco y razona si compensa responder al azar.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – El tiempo del fin de semana

En una localidad de Galicia la probabilidad de que llueva el sábado es $0{,}3$. Si llueve el sábado, la probabilidad de que llueva el domingo es $0{,}6$; si no llueve el sábado, es $0{,}2$.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de que llueva los dos días.
c. Calcula la probabilidad de que llueva el domingo (probabilidad total).
d. Calcula la probabilidad de que no llueva ningún día y la de que llueva al menos un día.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – El control de calidad

Una fábrica de Navarra produce piezas con dos máquinas. La máquina A fabrica el $60\ \%$ de las piezas y la B el $40\ \%$. El $2\ \%$ de las piezas de A y el $5\ \%$ de las de B son defectuosas.

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de que una pieza elegida al azar sea defectuosa.
c. Si una pieza es defectuosa, calcula la probabilidad de que venga de A.
d. Calcula la probabilidad de que venga de B y comprueba que suma 1 con el apartado anterior.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Combinaciones de ropa

Para un viaje de fin de curso a Santiago de Compostela, Marta lleva 4 camisetas, 3 pantalones y 2 pares de zapatillas.

a. ¿Cuántos conjuntos distintos puede formar con una camiseta, un pantalón y unas zapatillas?
b. Si quiere elegir solo 2 de las 4 camisetas sin importar el orden, ¿de cuántas formas puede hacerlo?
c. ¿De cuántas formas puede ordenar sus 4 camisetas en la maleta, de una en una?
d. Si elige un conjunto al azar, ¿qué probabilidad hay de que lleve su camiseta favorita y sus zapatillas favoritas?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – El PIN del móvil

Un PIN de un móvil tiene 4 cifras, cada una de 0 a 9.

a. ¿Cuántos PIN distintos hay si se permiten cifras repetidas?
b. ¿Cuántos hay si todas las cifras son distintas?
c. Si alguien intenta adivinar un PIN al azar, ¿cuál es la probabilidad de acertar en el primer intento? ¿Y en tres intentos distintos?
d. Si el PIN se elige al azar, ¿qué probabilidad hay de que tenga todas las cifras distintas?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – La comisión de la clase

En una clase de 10 alumnos de un colegio de Cáceres hay que elegir una comisión de 3 personas para organizar la fiesta. Juan y Ana son dos de los alumnos.

a. ¿Cuántas comisiones distintas de 3 personas hay?
b. ¿Cuántas incluyen a Juan?
c. Calcula la probabilidad de que Juan esté en la comisión.
d. Calcula la probabilidad de que estén Juan y Ana a la vez. Si los cargos (presidente, secretario, tesorero) importan, ¿cuántas comisiones ordenadas hay?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – El podio de la carrera

En una carrera popular de Valencia participan 8 corredores, entre ellos Ana y Berta. Se premia a los tres primeros.

a. ¿Cuántos podios distintos (primero, segundo, tercero) pueden darse?
b. ¿Cuál es la probabilidad de acertar el podio completo al azar?
c. Calcula la probabilidad de que Ana sea la primera y la de que Ana esté en el podio.
d. Calcula la probabilidad de que Ana y Berta estén las dos en el podio.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – El test médico

Una enfermedad afecta al $2\,\%$ de la población de una región. Una prueba da positivo en el $90\,\%$ de los enfermos (sensibilidad) y también en el $5\,\%$ de los sanos (falsos positivos).

a. Dibuja el diagrama de árbol.
b. Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar dé positivo.

c. Si una persona da positivo, calcula la probabilidad de que esté realmente enferma.
d. Interpreta el resultado: ¿por qué es tan baja a pesar de que la prueba parece buena?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Tiros libres

Un jugador de baloncesto de Estudiantes encesta el $70\ \%$ de sus tiros libres. Lanza tres tiros independientes.

a. Calcula la probabilidad de encestar los tres.
b. Calcula la probabilidad de encestar exactamente dos.
c. Calcula la probabilidad de encestar al menos dos.
d. Calcula la probabilidad de fallar los tres y comprueba que las cuatro probabilidades (0, 1, 2 y 3 aciertos) suman 1.

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: el problema del cumpleaños

En un grupo de n personas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos cumplan años el mismo día? (Se ignoran los años bisiestos.)

a. Calcula la probabilidad de que en un grupo de 3 personas todas cumplan en días distintos y la de que alguna pareja coincida.
b. Escribe la fórmula general
$$P(\text{alguna coincidencia}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdots (365 - n + 1)}{365^n}.$$
c. Con ayuda de una calculadora, la probabilidad para $n = 23$ es aproximadamente $0{,}507$ y para $n = 10$ es aproximadamente $0{,}117$. Interpreta el valor de $n = 23$.
d. ¿Cuántas personas hacen falta, como mínimo, para que la probabilidad supere el $50\ \%$?