Soluciones del examen - Operaciones con números reales y precisión

Curso: 4 Eso · Duración: 50 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $3^{-2+5-2} = 3^1 = 3$ y $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$. Sumamos los exponentes de la misma base e invertimos la fracción para el exponente negativo.

b. $7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$. Simplificamos cada raíz y operamos los radicales semejantes.

c. $8^{2/3} = 4$ y $4^{-1/2} = \frac{1}{2}$; producto 2. $8^{2/3} = (\sqrt[3]{8})^2 = 4$ y $4^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{4}}$.

Criterios de corrección: en a) 0,75 puntos por cada potencia: el exponente total es $-2+5-2=1$ y la fracción invertida da 8. En b) valen 1,5 puntos los radicales, 0,5 por cada uno simplificado, $7\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$ y $4\sqrt{2}$. En c) 1 punto por $4 \cdot \frac{1}{2} = 2$.

Solución del ejercicio 2 (3 puntos)

a. $\frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$. Multiplicamos numerador y denominador por $\sqrt{5}$ y simplificamos entre 5.

b. $\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{6-3} = \sqrt{6}+\sqrt{3}$. Multiplicamos por el conjugado; el denominador queda $6-3=3$, que simplifica con el numerador.

Criterios de corrección: en a) 1 punto por multiplicar por $\sqrt{5}$ y simplificar 10 entre 5. En b) 1 punto por usar el conjugado $\sqrt{6}+\sqrt{3}$ y 1 punto por el denominador $6-3=3$, que se simplifica con el 3 del numerador; comprobación aproximada: $\frac{3}{0{,}717} \approx 4{,}18 \approx 2{,}449 + 1{,}732$.

Solución del ejercicio 3 (3 puntos)

a. $4{,}5 \cdot 2 = 9$ y 10^3: $9 \cdot 10^3$. Multiplicamos mantisas y sumamos exponentes: $-3+6=3$.

b. $2{,}4 \cdot 10^{13}$. Dividimos $7{,}2 : 3 = 2{,}4$ y restamos exponentes: $9-(-4)=13$.

c. $52 \cdot 10^5 - 8 \cdot 10^5 = 44 \cdot 10^5 = 4{,}4 \cdot 10^6$. Escribimos los dos números con la misma

potencia de 10 antes de restar.

Criterios de corrección: en a) 1 punto, con $9 \cdot 10^3$ ya en notación científica. En b) 1 punto por $2{,}4 \cdot 10^{13}$. En c) 1 punto si se igualan exponentes antes de restar: $5{,}2 \cdot 10^6 - 0{,}8 \cdot 10^6 = 4{,}4 \cdot 10^6$.

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. $E_a = |0{,}4 - 0{,}385| = 0{,}015$ kg. $E_r = \dfrac{0{,}015}{0{,}4} = 0{,}0375 = 3{,}75\ \%$. Para el error relativo dividimos los 0,015 kg entre los 0,4 kg reales.

b. $\sqrt{3} \approx 1{,}73$; error $|1{,}7320508 - 1{,}73| = 0{,}0020508$. Redondeamos a las centésimas porque la cifra siguiente, 2, es menor que 5.

Criterios de corrección: en a) 1 punto por el error absoluto de 15 g y 1 punto por el relativo del 3,75 %, calculado sobre los 0,4 kg reales y no sobre la medida. En b) 0,5 puntos por el redondeo 1,73 y 0,5 por el error de unas dos milésimas.

Solución del ejercicio 5 (7 puntos)

a. $N(t) = 2 \cdot 10^4 \cdot 3^t$. Cada hora el número se multiplica por 3.

b. $N(4) = 2 \cdot 10^4 \cdot 81 = 1{,}62 \cdot 10^6$. $3^4 = 81$.

c. $2 \cdot 10^4 \cdot 3^t > 10^7$ equivale a $3^t > 500$. Como $3^5 = 243$, hacen falta 6 horas.

d. $t = -2$ son dos horas antes del inicio: $N(-2) = 2 \cdot 10^4 \cdot 3^{-2} = \dfrac{20\,000}{9} \approx 2\,222$ células.

Criterios de corrección: la fórmula vale 1 punto, $N(4)$ 2 puntos, las 6 horas 3 puntos y $N(-2)$ 1 punto. En el tercer apartado se exige comparar con $3^5 = 243$ y $3^6 = 729$. En el último se valora explicar que el exponente negativo representa el pasado.