Soluciones del examen - Expresiones algebraicas y factorización

Curso: 4 Eso · Duración: 50 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $(4x^2 - 12x + 9) - (x^2 - 1) = 3x^2 - 12x + 10$. Desarrollamos el cuadrado de una diferencia y la suma por diferencia; al restar cambiamos los signos del segundo paréntesis.
b. $9x^2 - 16 = (3x - 4)(3x + 4)$ y $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$. El primero es una diferencia de cuadrados y el segundo un cuadrado perfecto.

Criterios de corrección: en a) 1 punto por desarrollar $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ y 1 punto por restar $x^2 - 1$ cambiando los signos. En b) 1 punto por cada factorización; comprobación con $x = 1$: $9 - 16 = -7$ y $(3 - 4)(3 + 4) = -7$.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. $P(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$. $P(-2) = -8 - 8 + 10 + 6 = 0$: el resto es 0. Usamos el teorema del resto.
b. Raíz 3: $1;\ 1;\ -2;\ 0$. Cociente $x^2 + x - 2$, resto 0.
c. $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$, luego $P(x) = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$. Raíces 3, 1 y -2. Comprobación con $x = 0$: $6 = (-3)(-1) \cdot 2$.

Criterios de corrección: en a) 0,5 puntos por $P(1) = 0$ y 0,5 por $P(-2) = 0$, que indica que $x + 2$ es un factor. En b) 1,5 puntos por la tabla de Ruffini con los coeficientes 1, -2, -5, 6 y la raíz 3. En c) 1,5 puntos por factorizar $x^2 + x - 2$ y escribir las tres raíces.

Solución del ejercicio 3 (3 puntos)

a. $\dfrac{(x - 2)^2}{(x - 2)(x + 2)} = \dfrac{x - 2}{x + 2}$, con $x \neq \pm 2$. Factorizamos y simplificamos el factor común $x - 2$.
b. mcm $= x^2 - 1$: $\dfrac{3(x - 1) + 2(x + 1)}{x^2 - 1} = \dfrac{5x - 1}{x^2 - 1}$. Multiplicamos cada numerador por el factor que falta en su denominador.

Criterios de corrección: en a) 1 punto por factorizar numerador y denominador y 0,5 por indicar que x no puede valer 2 ni -2. En b) 1 punto por el denominador común $x^2 - 1$ y 0,5 por el numerador $5x - 1$; comprobación con $x = 2$: $1 + 2 = 3$ y $\dfrac{9}{3} = 3$.

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. $z^2 - 10z + 9 = 0$, $z = 1$ o $z = 9$. Soluciones $x = \pm 1$ y $x = \pm 3$. Con $z = x^2$ la ecuación pasa a ser de segundo grado.
b. $2(x+1) + x = x(x+1)$, $x^2 - 2x - 2 = 0$, $x = 1 \pm \sqrt{3}$. Multiplicamos por $x(x+1)$; ninguna solución anula los denominadores.

Criterios de corrección: en a) 0,5 puntos por el cambio $z = x^2$, 0,5 por $z = 1$ y $z = 9$ y 0,5 por las cuatro soluciones. En b) 1 punto por multiplicar por $x(x+1)$ y llegar a $x^2 - 2x - 2 = 0$, y 0,5 por las soluciones $1 \pm \sqrt{3}$, que no anulan ningún denominador.

Solución del ejercicio 5 (6 puntos)

a. Huerto: $x(x+6) = x^2 + 6x$. Total: $(x+2)(x+8) = x^2 + 10x + 16$.
b. Paseo: $(x^2 + 10x + 16) - (x^2 + 6x) = 4x + 16$.
c. $x^2 + 6x = 160$, $x^2 + 6x - 160 = 0$, $(x+16)(x-10) = 0$. Vale $x = 10$ m y el otro lado 16 m.
d. Paseo: $4 \cdot 10 + 16 = 56$ m^2. Coste: $56 \cdot 15 = 840$ €.

Criterios de corrección: las dos áreas valen 2 puntos, el paseo 1 punto, la ecuación factorizada 2 puntos y el coste 1 punto. Comprobación con $x = 10$: el rectángulo total mide $12 \times 18 = 216$ m^2 y el huerto $10 \times 16 = 160$ m^2; la diferencia es 56 m^2.