Ejercicios - Números reales e intervalos

Curso: 4 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – ¿A qué conjunto pertenece?

Clasifica cada número indicando el conjunto más pequeño al que pertenece ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ o irracional) y razona la respuesta.

a. -7 y $\dfrac{12}{4}$
b. $\sqrt{49}$ y $\sqrt{50}$
c. $'$ y $0{,}1010010001\ldots$ (cada vez un cero más entre los unos)
d. $\pi - 3$ y $\dfrac{\pi}{\pi}$

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Fracción generatriz

Halla la fracción generatriz, simplificada, de cada decimal.

a. $0{,}\overline{7}$
b. $'$
c. $1{,}2\overline{5}$
d. $'$

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Del dibujo al intervalo

Escribe cada conjunto con notación de intervalo y como desigualdad, e indica si es acotado.

a. Los números mayores que -2 y menores o iguales que 5.
b. Los números reales menores que 3.
c. Los números cuya distancia a 1 es como mucho 4.
d. Los x con $x \leq -1$ o $x > 6$.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Valor absoluto y distancias

Calcula y simplifica.

a. $|-8|+|3|-|-2|$
b. $|2-\sqrt{5}|$ y $|\sqrt{5}-3|$ (sin calculadora, razona el signo).
c. La distancia entre $-3{,}5$ y $2{,}25$.
d. Resuelve $|x|=6$ y $|x-2|=5$.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Unión e intersección

Sean $A=[-3,2)$, $B=(0,6]$ y $C=(-\infty,-1]$. Calcula, dibujando los intervalos en la recta real:

a. $A\cap B$ y $A\cup B$
b. $A\cap C$ y $B\cap C$
c. $A\cup C$
d. $(A\cup B)\cap C$

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Entornos

Un entorno de centro a y radio r es el intervalo abierto $E(a,r)=(a-r,a+r)$.

a. Escribe $E(4,3)$ y $E(-2;\,0{,}5)$ como intervalos.
b. Expresa $(1,9)$ como entorno: centro y radio.
c. ¿Pertenece $5{,}9$ a $E(4,2)$? ¿Y 6?
d. Escribe $E(3,2)$ con una desigualdad de valor absoluto.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Temperaturas en Sierra Nevada

Una estación meteorológica de Sierra Nevada registra durante una semana de invierno las temperaturas mínima y máxima de cada día.

Día	Mínima (°C)	Máxima (°C)
Lunes	-6	2
Martes	-8	1
Miércoles	-4	5
Jueves	-7	3
Viernes	-5	0

a. Escribe cada día como intervalo cerrado $[T_{min},T_{max}]$ y calcula la amplitud térmica.
b. ¿Qué intervalo contiene todas las temperaturas de la semana?

c. ¿Qué temperaturas se alcanzaron todos los días? (intersección de los cinco primeros días)
d. ¿Qué día tuvo mayor amplitud?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Entradas del parque de atracciones

Un parque de atracciones de Madrid cobra según la edad: menores de 4 años, gratis; desde los 4 años hasta antes de cumplir los 12, 18 €; desde los 12 hasta antes de cumplir los 65, 32 €; a partir de 65 años, 20 €.

a. Expresa cada tramo con un intervalo de edades (en años cumplidos, $x \geq 0$).
b. Una familia lleva a dos adultos de 38 años, un abuelo de 67, una niña de 9 y un bebé de 2. Calcula el precio total.
c. ¿En qué tramo está una persona de $11{,}5$ años (11 años y 6 meses)? ¿Y una de 12 años exactos?
d. ¿Qué edades pagan menos de 30 €?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Tolerancia de una pieza

En una fábrica de Vitoria se producen tornillos cuya longitud nominal es de 12 mm con una tolerancia de $\pm 0{,}05$ mm. Se miden cinco tornillos.

a. Escribe el intervalo de longitudes aceptables y como desigualdad con valor absoluto.
b. Mediciones: $11{,}97$; $12{,}06$; $12{,}05$; $11{,}95$; $12{,}00$. ¿Cuáles son válidas?
c. Calcula el error absoluto y relativo (en %) del tornillo de $12{,}06$ mm.
d. Si la tolerancia pasara a $\pm 0{,}1$ mm, ¿qué mediciones anteriores pasarían a ser válidas?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Límites de velocidad

En una autovía española la velocidad debe estar entre 60 km/h y 120 km/h, ambos incluidos. Un radar mide cinco coches.

a. Escribe el intervalo permitido.
b. Velocidades: 58; 60; 95; 120; 121 km/h. ¿Cuáles cumplen la norma?
c. Un coche recorre 150 km a una velocidad constante v dentro del intervalo permitido. ¿Entre qué valores está el tiempo del viaje?
d. Escribe el resultado anterior como intervalo de minutos.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Aproximar con error

Para medir el contorno de una plaza circular de 20 m de diámetro se usa una aproximación de π.

a. Calcula la longitud con $\pi \approx 3{,}14$ y con $\pi \approx \dfrac{22}{7}$ (redondea a centímetros).
b. Con $\pi = 3{,}14159\ldots$ como valor de referencia, ¿qué aproximación da menor error absoluto?
c. Calcula el error relativo (en %, con dos decimales) de $3{,}14$ respecto de π.
d. Redondea π a las centésimas y a las milésimas; ¿cuál de las dos aproximaciones es por defecto?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Presupuesto de la excursión

La clase de 4.º ESO organiza un viaje de fin de curso a Toledo. El autobús cuesta 480 € en total y cada alumno paga además 12 € de entrada a los monumentos. El presupuesto del viaje debe estar entre 900 € y 1 080 € ambos incluidos.

a. Escribe el coste total $C(x)$ en función del número x de alumnos.
b. Plantea la desigualdad $900 \le C(x) \le 1080$.
c. Resuélvela y expresa el resultado como intervalo.
d. ¿Cuántos alumnos enteros pueden ir?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Inecuaciones con valor absoluto

Resuelve y escribe la solución con intervalos.

a. $|x|$
b. $|x - 3| \ge 2$
c. $|2x + 1| \le 7$
d. $|x + 5| > 0$

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – La temperatura de la piscina

El polideportivo de un pueblo de Murcia mantiene el agua de su piscina cubierta a $26\ ^\circ$C, con un margen de $2\ ^\circ$C arriba y abajo. El técnico anota las medidas de una semana.

a. Escribe el intervalo permitido y la desigualdad con valor absoluto.
b. Medidas: $24{,}5$; $27{,}9$; 28; $23{,}9$; 26. ¿Cuáles son correctas?
c. Si el agua tiene $T = 27{,}1\ ^\circ$C, ¿a qué distancia está de la temperatura ideal?
d. Para un curso de bebés se exige $|T - 30| \le 1$. ¿Es compatible algún valor con el

de adultos?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Equipaje en un vuelo

Una aerolínea permite facturar maletas de hasta 23 kg sin recargo, cobra 15 € por cada maleta de más de 23 kg y hasta 32 kg, y no admite maletas de más de 32 kg. Además, el equipaje de mano debe pesar como máximo 10 kg y medir como máximo 55 cm de largo.

a. Escribe con intervalos los pesos de maleta que no pagan recargo, los que pagan 15 € y los que no se admiten.
b. Una familia viaja con las maletas de $18{,}5$; 23; $23{,}4$; $31{,}9$ y 33 kg. Calcula el recargo total y qué maleta hay que rehacer.
c. Una maleta vacía pesa 3,2 kg y se llena con ropa y calzado. ¿Cuánto pueden pesar el contenido para no pagar recargo? Exprésalo como intervalo.
d. Una persona pone en la mochila de mano un portátil de $2{,}1$ kg, un libro de $0{,}8$ kg y x kg de ropa. ¿Qué valores de x son posibles?
e. Si x puede ser cualquier valor del intervalo anterior, ¿qué porcentaje del peso máximo permitido supone como mucho la ropa?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El cercado del huerto

Un agricultor de la huerta de Valencia quiere cercar un huerto rectangular. Dispone de entre 60 m y 80 m de valla (ambos incluidos) y quiere que un lado mida el doble que el otro.

a. Si el lado menor mide x m, escribe el perímetro $P(x)$.
b. Plantea y resuelve la desigualdad $60 \leq P(x) \leq 80$. Exprésala como intervalo.
c. Calcula el rango del área $A(x) = 2x^2$ para los valores extremos de x.
d. Si el terreno disponible permite como máximo un lado menor de 12 m, ¿cuál es el nuevo intervalo de x?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Tarifas de móvil por tramos

Una operadora ofrece tres tarifas mensuales según los minutos de llamada que se consuman: tarifa A, 9 € fijos y 0,05 € por minuto; tarifa B, 15 € fijos con 100 minutos incluidos y 0,04 € por cada minuto adicional; tarifa C, 30 € fijos sin límite de minutos.

Minutos	A (€)	B (€)	C (€)
50	?	?	30
100	?	?	30

Minutos	A (€)	B (€)	C (€)
300	?	?	30
600	?	?	30

a. Escribe el coste de A y B en función de los minutos m (para B, distingue $m \leq 100$ y $m > 100$).
b. Completa la tabla de costes para $m = 50, 100, 300, 600$.
c. Calcula los intervalos de m para los que A es más barata que B.
d. ¿A partir de cuántos minutos conviene la tarifa C frente a las otras dos?
e. Un cliente consume entre 200 y 450 minutos al mes. ¿Qué tarifa le conviene si quiere gastar menos y cuánto paga como máximo?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – La nota media

Marta tiene en matemáticas las notas de dos exámenes: $5{,}5$ y $6{,}5$. El profesor calcula la nota final así: los dos primeros exámenes valen un 30 % cada uno y el examen final vale un 40 %. Para aprobar hace falta una nota final de 5 o más; para sobresaliente, 9 o más.

a. Escribe la nota final N en función de la nota x del examen final.
b. ¿Qué nota mínima debe sacar en el final para aprobar?
c. ¿Qué intervalo de x le da notable, es decir $7 \leq N$?
d. ¿Puede conseguir un sobresaliente? Razona.
e. Si saca $x = 4$, ¿aprueba? ¿Y si saca un $8{,}5$?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – El tren de Cercanías

Un tren de Cercanías sale de Alcalá de Henares a las 8:00 h y llega a Madrid-Atocha entre 40 y 55 minutos después, según el tráfico. Un viajero quiere llegar a una reunión que empieza a las 9:00 h y tarda entre 8 y 12 minutos en ir andando desde la estación.

a. Escribe el intervalo (en minutos desde las 8:00) en el que llega el tren a Atocha.
b. Escribe el intervalo en el que llega el viajero a la reunión.
c. ¿Está seguro de llegar a tiempo? Razona.
d. ¿Cuántos minutos antes debería salir para asegurarse en el peor caso?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: reales sin calculadora

Razona sin calculadora y, si puedes, con una demostración breve.

a. Demuestra que $\sqrt{2} + 1$ es irracional sabiendo que $\sqrt{2}$ lo es.

b. Halla un número irracional entre $\frac{3}{7}$ y $\frac{1}{2}$.

c. Ordena de menor a mayor $\sqrt{3}$, $\frac{7}{4}$, $1{,}7\overline{3}$ y $\frac{5}{3}$.

d. ¿Cuántos enteros hay en el conjunto $\{x : |x-4|$?