Ejercicios - Inecuaciones y sistemas de inecuaciones

Curso: 4 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Inecuaciones de primer grado

Resuelve cada inecuación y escribe la solución como intervalo.

a. $-3x$
b. $5 - 2x \geq 1$
c. $3(x - 1)$
d. $\dfrac{x+1}{2} \geq \dfrac{x-2}{3}$

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Del enunciado a la inecuación

Traduce cada frase a una inecuación, resuélvela y representa la solución en la recta real.

a. El doble de un número, aumentado en 3, es menor que 11.
b. La mitad de un número menos 4 es mayor o igual que -1.
c. Un número y su triple suman como mucho 20.
d. Cinco unidades menos que un número es positivo.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Sistemas de inecuaciones con una incógnita

Resuelve cada sistema como intersección de las soluciones.

a. $\begin{cases} 2x - 1 > 3 \\ x + 4 \leq 9 \end{cases}$
b. *\begin{cases}3x+2*
c. *\begin{cases}x-3\ge0\\ 2x*
d. $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + 1 > 0 \\ 4 - 3x \geq -2 \end{cases}$

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Inecuaciones de segundo grado

Resuelve estudiando el signo de la parábola entre sus raíces.

a. $x^2 - 5x + 6$
b. $x^2 - 4 \geq 0$
c. $x^2 + 2x + 5 > 0$
d. $-x^2 + 4x \geq 0$

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Inecuaciones racionales (Matemáticas B)

Resuelve con una tabla de signos del numerador y del denominador.

a. $\dfrac{x-1}{x+2} \geq 0$
b. $\dfrac{x}{x-3}$
c. $\dfrac{x+1}{x-2} \leq 1$
d. Explica por qué no se puede multiplicar directamente por $x - 2$.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Semiplanos

Una inecuación con dos incógnitas determina un semiplano. Considera $y > 2x - 1$.

a. Dibuja la recta frontera $y = 2x - 1$ y decide si va con línea continua o discontinua.
b. Comprueba si los puntos $(0, 0)$, $(1, 1)$ y $(2, 4)$ pertenecen a la región.
c. Escribe el semiplano de $x + y \leq 3$ y comprueba el punto $(2, 2)$.
d. ¿Pertenece algún punto de la recta $y = 2x - 1$ a la solución?

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Región del plano

Considera el sistema

a. Dibuja la región solución y calcula sus vértices.
b. Calcula el área de la región.
c. ¿Pertenecen $(1, 1)$, $(3, 2)$ y $(0, 4)$?
d. Si añadimos la condición $y \geq x$, ¿qué vértices tiene la nueva región?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – El presupuesto de material escolar

Para empezar el curso, una familia de Logroño dispone de 20 € como máximo para comprar cuadernos de $1{,}20$ € cada uno y bolígrafos de $0{,}80$ € cada uno.

a. Escribe la inecuación que relaciona el número c de cuadernos y el número b de bolígrafos.
b. Si compra 8 cuadernos, ¿cuántos bolígrafos puede comprar como máximo?
c. Si compra 10 bolígrafos, ¿cuántos cuadernos como máximo?
d. ¿Puede comprar 12 cuadernos y 6 bolígrafos? ¿Y 15 cuadernos y 2 bolígrafos?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Taxi o VTC

En una ciudad española, un taxi cobra una bajada de bandera de $2{,}50$ € más $1{,}10$ € por kilómetro y un servicio de VTC cobra 4 € fijos más $0{,}80$ € por kilómetro.

a. Escribe el precio de cada servicio para un trayecto de x km.
b. Plantea y resuelve la inecuación que dice cuándo el taxi es más barato.
c. Calcula ambos precios para 3 km, 5 km y 10 km.
d. ¿Qué servicio conviene para ir desde el aeropuerto al centro, a 12 km? ¿Cuánto se ahorra?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – El puente con límite de carga

Un puente de una carretera de Asturias limita la carga total de los vehículos a 20 toneladas. Un camión vacío pesa $7{,}5$ t y transporta cajas de $0{,}35$ t.

a. Plantea la inecuación para el número n de cajas.
b. Resuélvela e interpreta el resultado: ¿cuántas cajas como máximo?
c. ¿Cuántas toneladas pesa el camión con ese número de cajas?
d. Una grúa de $9{,}2$ t va con el camión. ¿Cuántas cajas puede llevar ahora el camión?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – El recinto del colegio

El colegio quiere vallar un patio rectangular de lados x y $(20 - x)$ metros con una valla de 40 m. Para el recreo se necesita una superficie de al menos 75 m^2.

a. Comprueba que el perímetro es siempre 40 m y escribe el área $A(x)$.
b. Plantea la inecuación $x(20 - x) \geq 75$.
c. Resuélvela y expresa x como intervalo.
d. Calcula el área máxima y las dimensiones del patio en ese caso.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Los beneficios de una tienda

El beneficio mensual (en cientos de euros) de una tienda de deporte de Sevilla al vender x lotes de camisetas es $B(x) = -x^2 + 30x - 125$.

a. Calcula $B(5)$, $B(10)$ y $B(25)$.
b. Resuelve $B(x) > 0$ para saber cuándo hay beneficio.
c. ¿Cuántos lotes dan pérdidas?
d. ¿Con cuántos lotes es máximo el beneficio y cuánto vale?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – El cohete de feria

En unas fiestas de Alicante se lanza un cohete de agua. Su altura en metros a los t segundos es $h(t) = -5t^2 + 30t$.

a. Calcula cuándo vuelve al suelo.
b. Resuelve $h(t) \geq 40$ e interpreta el resultado.
c. ¿Cuánto tiempo pasa por encima de 40 m?
d. Resuelve $h(t) \geq 45$ y explica el resultado.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – El plan de entrenamiento

Una corredora de Pontevedra prepara una media maratón. Su entrenador le propone correr cada semana entre 20 km y 35 km, con tres salidas como máximo y sin pasar de 15 km en una salida. La tabla muestra cuatro planes.

Plan	km por semana	Salidas
A	24	3
B	40	3
C	30	2
D	32	2

a. Escribe las condiciones como inecuaciones para k kilómetros semanales y s salidas.
b. ¿Cuáles de los planes de la tabla cumplen todas las condiciones?
c. En el plan que no cumple, indica qué condición se incumple.
d. ¿Cuál es el máximo de kilómetros que puede hacer con 3 salidas respetando todo?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – La dieta equilibrada

En un menú de un comedor escolar de Granada se combinan raciones de pasta (300 kcal cada una) y de fruta (60 kcal cada una). El menú debe tener como máximo 900 kcal y al menos una ración de pasta y dos de fruta.

a. Escribe el sistema de inecuaciones con p raciones de pasta y f de fruta.
b. Enumera todas las combinaciones enteras posibles con $p = 2$.
c. ¿Cuál es el máximo número de raciones de fruta con $p = 1$?
d. Si cada ración de pasta cuesta $0{,}90$ € y la de fruta $0{,}40$ €, calcula el coste de la combinación $p = 2$, $f = 5$.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El aforo del concierto

En una sala de conciertos de Barcelona caben como máximo 500 personas. Las entradas generales cuestan 12 € y las VIP 20 €. La organización necesita recaudar al menos $7\,000$ €. Sea g el número de entradas generales y v el de VIP.

a. Escribe el sistema de inecuaciones.
b. Comprueba si $(300, 150)$, $(400, 100)$ y $(200, 100)$ son combinaciones válidas.
c. Calcula el punto de corte de las rectas $g + v = 500$ y $12g + 20v = 7000$ y los cortes de la segunda recta con los ejes. ¿Qué forma tiene la región?
d. ¿Cuál es la recaudación máxima posible y con qué combinación?
e. Razona por qué en la práctica la recaudación máxima exige llenar la sala de entradas VIP.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – La fábrica de juguetes

Una fábrica de Ibi (Alicante) produce coches de juguete (beneficio 4 € por unidad) y muñecos (beneficio 5 € por unidad). Cada día se dispone de 240 horas de trabajo y se necesitan 2 horas por coche y 3 por muñeco; además, el material permite producir como máximo 100 juguetes al día.

Vértice	(0, 0)	(100, 0)	(0, 80)	(60, 40)
Beneficio (€)	?	?	?	?

a. Escribe las inecuaciones del problema con x coches e y muñecos.
b. Calcula los vértices de la región de producción posible.
c. Completa la tabla con el beneficio $4x + 5y$ en cada vértice.
d. ¿Con qué producción es máximo el beneficio y cuánto vale?
e. Interpreta el resultado: ¿se agotan las horas y el material?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – El viaje de fin de curso

Un grupo de amigos de Valladolid alquila una casa rural para una semana por $1\,260$ € y reparte el gasto a partes iguales. La casa admite como máximo 12 personas y cada uno quiere pagar como máximo 150 €.

Personas	8	9	10	12
Coste por persona (€)	?	?	?	?

a. Plantea la inecuación $\dfrac{1260}{x} \leq 150$.
b. Resuélvela y combínala con $x \leq 12$.
c. Completa la tabla del coste por persona para $x = 8, 9, 10, 12$.
d. ¿Cuánto ahorra cada uno si van 12 en lugar de 9?
e. Si cada persona gastara además 45 € en comida, ¿desde cuántas personas el gasto total por persona queda por debajo de 190 €?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Intervalos y sistemas combinados

Resuelve y escribe la solución con intervalos.

a. *\begin{cases}x^2-9*
b. *\begin{cases}x^2-x-6\ge0\\ x*
c. 
d. $|x - 2|$ como sistema de dos inecuaciones.

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: desigualdades que siempre se cumplen

Resuelve estos retos.

a. ¿Para qué valores de k se cumple $x^2 + kx + 1 > 0$ para todo x?
b. Demuestra que $a^2 + b^2 \geq 2ab$ para cualesquiera a, b.
c. Un rectángulo tiene perímetro 24 cm. ¿Entre qué valores puede estar su área? ¿Cuándo es máxima?
d. Resuelve $x^2 - 4x + 4 \leq 0$ y explica la solución.