Ejercicios - Funciones lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa

Curso: 4 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – La ecuación de una recta

Halla la ecuación $y = mx + n$ de cada recta.

a. Pendiente -2 y ordenada en el origen 5.
b. Pasa por $(1, 3)$ y $(4, 9)$.
c. Pasa por $(-2, 1)$ y $(2, -3)$.
d. Es paralela a $y = 3x - 1$ y pasa por $(2, 4)$.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Cortes con los ejes y posición

Estudia cada recta y decide si la afirmación es verdadera o falsa.

a. La recta $y = 4x - 8$ corta al eje X en $(2, 0)$.
b. Las rectas $y = 2x + 1$ e $y = 2x - 5$ son paralelas.
c. Las rectas $y = x + 3$ e $y = -x + 7$ se cortan en $(2, 5)$.
d. La recta $3x + 2y = 6$ tiene pendiente $-\frac{3}{2}$ y corta al eje Y en $(0, 3)$.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Vértice, eje y cortes de la parábola

Estudia cada parábola: coordenadas del vértice, eje de simetría y puntos de corte con los ejes.

a. $y = x^2 - 4x + 3$
b. $y = -x^2 + 2x + 3$
c. $y = 2x^2 - 8$
d. $y = x^2 + 2x + 2$

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Representar una parábola

Representa $y = x^2 - 2x - 3$ siguiendo los pasos habituales.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	?	?	?	?	?	?	?

a. Calcula el vértice y el eje de simetría.
b. Completa la tabla de valores para $x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$.
c. Halla los puntos de corte con los ejes.
d. Indica el recorrido y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes son inversamente proporcionales con constante $k = 12$, es decir $y = \dfrac{12}{x}$.

x	1	2	3	4	6	12
y	?	?	?	?	?	?

a. Completa la tabla para $x = 1, 2, 3, 4, 6, 12$.
b. ¿Qué le ocurre a y cuando x se duplica?
c. ¿Para qué valor de x es $y = 2{,}5$?
d. Indica las asíntotas de la gráfica y el dominio.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – ¿Qué tipo de función es?

Observa cada tabla de valores y decide si corresponde a una función lineal, cuadrática o de proporcionalidad inversa. Escribe su fórmula.

a. x: $1, 2, 3, 4$ e y: $5, 8, 11, 14$
b. x: $1, 2, 3, 4$ e y: $12, 6, 4, 3$
c. x: $0, 1, 2, 3$ e y: $1, 2, 5, 10$
d. x: $1, 2, 4, 8$ e y: $16, 8, 4, 2$

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Recta y parábola

Halla los puntos de corte de la recta $y = x + 2$ con la parábola $y = x^2$ y de la recta $y = 2x - 1$ con la parábola $y = x^2$.

a. Plantea la ecuación $x^2 = x + 2$ y resuélvela.
b. Calcula los puntos de corte del primer caso.
c. Resuelve $x^2 = 2x - 1$ e interpreta el resultado.
d. Con la recta $y = 2x - 5$, ¿cuántos puntos de corte hay con $y = x^2$?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – El recibo del agua

La compañía de aguas de una localidad de Segovia cobra una cuota fija de 8 € al mes más $1{,}25$ € por cada metro cúbico consumido.

a. Escribe la función $C(x)$ del coste mensual en función de los m^3 consumidos.
b. Calcula $C(0)$, $C(10)$ y $C(25)$.
c. ¿Cuántos metros cúbicos se consumen con una factura de 46 €?
d. Interpreta la pendiente y la ordenada en el origen. ¿Es una función de proporcionalidad directa?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Dos formas de ahorrar

Irene ahorra 12 € cada semana y ya tiene 30 €. Su hermano Pablo ahorra 20 € cada semana pero parte de cero.

Semana	0	2	4	6	8
Irene (€)	?	?	?	?	?
Pablo (€)	?	?	?	?	?

a. Escribe las funciones de ahorro $I(x)$ y $P(x)$.
b. Completa la tabla para las semanas $0, 2, 4, 6, 8$.
c. ¿En qué semana tienen el mismo dinero? ¿Cuánto?
d. ¿Quién tiene más a las 12 semanas y cuánta diferencia hay?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – El arco del puente

Un puente de piedra sobre un río de Aragón tiene un arco parabólico cuya altura, en metros, es $y = 20 - 0{,}05x^2$ con x medido desde el centro del arco, en metros.

a. Calcula la altura en el centro y a 10 m del centro.
b. Calcula la anchura del arco en el suelo ($y = 0$).
c. ¿Qué anchura tiene el arco a una altura de 10 m?
d. Una barca con mástil mide 12 m de alto. ¿Qué anchura libre tiene el paso a esa altura?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – El huerto de área máxima

Con 30 m de valla se cerca un huerto rectangular que se apoya en una pared (no se vallan los 15 m de la pared) de forma que los lados perpendiculares miden x y el lado

paralelo a la pared mide $30 - 2x$ metros.

x (m)	3	5	7,5	10	12
A (m²)	?	?	?	?	?

a. Escribe el área $A(x) = x(30 - 2x)$ y el dominio.
b. Calcula el vértice de la parábola e interprétalo.
c. Completa una tabla para $x = 3, 5, 7{,}5, 10, 12$.
d. ¿Qué dimensiones tiene el huerto de área máxima?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Compartir los gastos del viaje

Un grupo de amigos de Valencia alquila un autocar por 600 € para una excursión y reparte el coste a partes iguales entre las x personas que van.

Personas	10	12	15	20	25	30
Coste por persona (€)	?	?	?	?	?	?

a. Escribe la función $P(x)$ del coste por persona.
b. Completa la tabla para $x = 10, 12, 15, 20, 25, 30$.
c. ¿Cuántas personas hacen falta para que cada una pague como mucho 22 €?
d. Interpreta que la función sea inversamente proporcional y calcula el coste por persona si van 24.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Velocidad y tiempo

Un coche recorre los 240 km que separan dos ciudades andaluzas a una velocidad constante v (en km/h). El tiempo, en horas, es $t = \dfrac{240}{v}$.

v (km/h)	60	80	100	120
t (h)	?	?	?	?

a. Completa la tabla para $v = 60, 80, 100, 120$.
b. ¿Es una función de proporcionalidad inversa? Justifica con el producto $v \cdot t$.
c. Si la velocidad máxima permitida es 120 km/h, ¿cuál es el tiempo mínimo?
d. Si se quiere llegar en menos de $2{,}5$ h, ¿qué velocidad media hay que superar?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – El salto de la pelota

Una pelota lanzada por un jugador de fútbol de Sevilla alcanza una altura $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$ (en metros) a los t segundos.

a. Calcula la altura inicial y el vértice de la parábola.
b. ¿Cuánto tarda en alcanzar la altura máxima y cuál es?
c. ¿En qué instante vuelve al suelo? (Resuelve con la fórmula y da dos decimales).
d. ¿Cuándo está a más de 16 m de altura?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – La fuente del parque

El chorro de agua de una fuente de un parque de Vitoria describe la curva $y = -0{,}5x^2 + 2x + 0{,}5$, con x la distancia horizontal en metros e y la altura en metros.

x (m)	0	1	2	3	4
y (m)	?	?	?	?	?

a. Calcula la altura de salida del chorro y la altura máxima.
b. ¿A qué distancia horizontal se alcanza la altura máxima?
c. ¿A qué distancia cae el agua al suelo? Resuelve y da dos decimales.
d. Completa la tabla para $x = 0, 1, 2, 3, 4$ e indica si el chorro pasa por encima de un bordillo de $2{,}5$ m a 3 m.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Ingresos de un taller de camisetas

Un taller de Zamora vende camisetas. Si fija el precio en p euros, vende $100 - 4p$ camisetas al mes.

a. Escribe la función de ingresos $I(p) = p(100 - 4p)$ y su dominio.
b. Calcula $I(5)$, $I(10)$ y $I(20)$.
c. ¿Para qué precio son máximos los ingresos y cuánto valen?
d. ¿Qué precios dan unos ingresos de al menos 400 €?
e. Si fabricar cada camiseta cuesta 3 €, escribe el beneficio $B(p) = (p - 3)(100 - 4p)$ y halla el precio de máximo beneficio.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Los obreros de la obra

Una cuadrilla de 12 obreros tarda 30 días en construir un muro en una finca de Lleida. Se supone que todos trabajan al mismo ritmo.

Obreros	6	10	12	15	20	30
Días	?	?	?	?	?	?

a. Escribe la función $d(n)$ que da los días en función del número n de obreros.
b. Completa la tabla para $n = 6, 10, 12, 15, 20, 30$.
c. ¿Cuántos obreros hacen falta para terminar en 18 días?

d. Si faltan 2 obreros que no se presentan, ¿cuántos días se tarda? ¿Cuántos días más que lo previsto?
e. Calcula cuántos obreros más (que los 12) se necesitan para ahorrar 10 días.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Crecimiento lineal y exponencial

Un cultivo de bacterias de un laboratorio de Barcelona duplica su número cada hora. Empieza con 1 unidad (en millones). Se compara con un cultivo que crece de forma lineal sumando 1 millón por hora.

x (horas)	0	1	2	3	4	5
E(x)	?	?	?	?	?	?
L(x)	?	?	?	?	?	?

a. Escribe las funciones $E(x) = 2^x$ y $L(x) = x + 1$.
b. Completa la tabla para $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.
c. ¿Desde qué hora la exponencial supera a la lineal de forma permanente?
d. ¿En cuántas horas el cultivo exponencial pasa de los 1000 millones?
e. Razona por qué una función exponencial acaba superando a cualquier función lineal.

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – El salto del delfín

Un delfín de un acuario de Valencia realiza un salto cuya altura en metros, a x metros de distancia horizontal del punto de salida, es $y = -0{,}4x^2 + 2{,}4x$.

a. Calcula los puntos en que el delfín sale y entra en el agua.
b. Calcula la altura máxima y a qué distancia se alcanza.
c. ¿A qué altura está a 1 m y a 4 m de distancia?
d. ¿Para qué valores de x el delfín está a más de 2 m de altura?
e. Un aro está a $2{,}0$ m de altura y a 2 m de distancia. ¿Pasa el delfín por debajo, por encima o por el aro?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: parábola por tres puntos e hipérbola

Resuelve estos retos.

a. Halla a, b, c para que la parábola $y = ax^2 + bx + c$ pase por $(0, 3)$, $(1, 0)$ y $(3, 0)$.
b. Calcula los puntos de corte de la hipérbola $xy = 6$ con la recta $y = x - 1$.
c. ¿Para qué valores de k la recta $y = 2x + k$ es tangente a la parábola $y = x^2$?
d. Una hipérbola $y = \dfrac{k}{x}$ pasa por $(3, 4)$. Calcula k y el valor de y para $x = -6$.