Soluciones del examen - Funciones y sus características

Curso: 4 Eso · Duración: 50 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $2x-6\geq 0$: $\operatorname{Dom} f=[3,+\infty)$. $x^2-9=0$ en $x=\pm 3$: $\operatorname{Dom} g=\mathbb{R}\setminus\{-3,3\}$. El radicando debe ser mayor o igual que cero, y el denominador distinto de cero.
b. $h(x)\leq 9$: recorrido $(-\infty,9]$. $\sqrt{x}\geq 0$ da $k(x)\geq -1$: recorrido $[-1,+\infty)$. El máximo de h es 9, en $x=0$; el mínimo de k es -1, en $x=0$.

Criterios de corrección: en a) un punto por cada dominio: en f se resuelve $2x-6\geq 0$ y en g se excluyen las raíces ± 3 del denominador. En b) un punto por cada recorrido: h es una parábola con vértice $(0,9)$ abierta hacia abajo, y k es la raíz trasladada una unidad hacia abajo.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. Eje Y: $(0,0)$. Eje X: $x(x-2)(x+2)=0$, es decir $(-2,0)$, $(0,0)$ y $(2,0)$. Sacamos factor común x y factorizamos x^2-4 como diferencia de cuadrados.
b. $f(-x)=-x^3+4x=-f(x)$: es impar y su gráfica es simétrica respecto del origen.

Criterios de corrección: en a) 0,5 puntos por el corte con el eje Y y 1,5 por los tres cortes con el eje X, que exigen sacar factor común x y factorizar x^2-4. En b) 1 punto por calcular $f(-x)$ y 1 punto por concluir que es impar con simetría respecto del origen; por ejemplo, $f(1)=-3$ y $f(-1)=3$.

Solución del ejercicio 3 (3 puntos)

a. $f(0)=-1$; $f(3)=5$; $f(5)=7$. Para cada valor elegimos el tramo correspondiente.
b. Por la izquierda $2\cdot 3-1=5$ y por la derecha $f(3)=5$. Coinciden: es continua en $x=3$. Respuesta: f es continua en $x=3$.

Criterios de corrección: en a) 1 punto, con $f(0)$ calculado en el primer tramo y $f(3)$ y $f(5)$ en el segundo. En b) 2 puntos: uno por calcular el valor al que se acerca por la izquierda, $2\cdot 3-1=5$, y otro por compararlo con $f(3)=3+2=5$ y concluir que no hay salto.

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. Dominio $[0, 24]$ h. Recorrido $[1, 7]$ °C. Máximo 7 °C a las 16 h y mínimo 1 °C a las 8 h.
b. Decrece de 0 a 8 h y de 16 a 20 h y 24 h; crece de 8 a 16 h. Es decir, crece en $(8, 16)$ y decrece en $(0, 8) \cup (16, 24)$.

Criterios de corrección: dominio, recorrido, máximo y mínimo valen 0,5 puntos cada uno. Los intervalos valen 1 punto: crece de las 8 a las 16 horas, cuando la temperatura pasa de 1 a 7 °C.

Solución del ejercicio 5 (6 puntos)

a. $V(t) = 60 - 5t$ si $0 \leq t \leq 6$; $V(t) = 30$ si 6; $V(t) = 30 - 5(t - 8)$ si $t > 8$. Dominio hasta que se vacía: $[0, 14]$.
b. $30 - 5(t - 8) = 0$, $t - 8 = 6$, $t = 14$ h.
c. Recorrido $[0, 60]$. Decrece en $(0, 6)$ y en $(8, 14)$; es constante en $(6, 8)$.

Criterios de corrección: la función por tramos vale 3 puntos (uno por tramo) y se comprueba que los tramos enlazan: $60 - 5 \cdot 6 = 30$ y $30 - 5 \cdot 0 = 30$. El vaciado a las 14 h vale 1 punto. Recorrido e intervalos valen 2 puntos, uno por cada respuesta.