Ejercicios - Estadística: medidas de localización y dispersión

Curso: 4 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Hermanos en la clase

En una clase de 4.º ESO de Santander se pregunta a cada alumno cuántos hermanos tiene (contando solo a los que viven en su casa). Las respuestas de los 24 alumnos son: $1, 2, 2, 3, 1, 0, 2, 1, 1, 4, 2, 3, 1, 2, 0, 1, 2, 2, 5, 1, 3, 2, 1, 2$.

Hermanos x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
0	?	?	?	?
1	?	?	?	?
2	?	?	?	?
3	?	?	?	?
4	?	?	?	?
5	?	?	?	?

a. Construye la tabla de frecuencias absolutas, relativas y acumuladas.
b. Calcula la moda, la mediana y la media.
c. ¿Qué porcentaje de alumnos tiene como máximo 2 hermanos?
d. Calcula la desviación típica.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Media, mediana y moda

Las puntuaciones de 11 jugadores en una partida de un juego de mesa son: $12, 15, 11, 18, 15, 20, 14, 15, 13, 17, 16$.

a. Calcula la media, la mediana y la moda.
b. Se incorpora un jugador con una puntuación de 60. Recalcula las tres medidas.
c. ¿Qué medida cambia más? ¿Por qué?
d. ¿Qué medida resumiría mejor los resultados en el segundo caso? Razona.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Estaturas agrupadas en intervalos

Se mide la estatura de 30 alumnos de un instituto de Burgos. Los datos se agrupan en

intervalos.

Estatura (cm)	[150, 160)	[160, 170)	[170, 180)	[180, 190)
Alumnos	4	11	9	6

a. Escribe las marcas de clase y completa las frecuencias acumuladas.
b. Calcula la media y la desviación típica con las marcas de clase.
c. Indica el intervalo modal y el intervalo mediano.
d. ¿Qué porcentaje mide menos de 170 cm?

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Varianza y desviación típica

Se anotan los minutos que tarda un alumno en llegar al instituto durante cinco días: $4,\ 8,\ 9,\ 11,\ 18$.

x_i	4	8	9	11	18
$x_i - \bar{x}$	?	?	?	?	?
$(x_i - \bar{x})^2$	?	?	?	?	?

a. Calcula la media.
b. Completa la tabla de desviaciones $x_i - \bar{x}$ y de sus cuadrados.
c. Calcula la varianza y la desviación típica.
d. Comprueba la varianza con la fórmula $\sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Comparar la dispersión

En dos grupos de 4.º ESO se han obtenido estas estadísticas en un examen. Grupo A: media $6{,}2$ y desviación típica $1{,}1$. Grupo B: media $5{,}4$ y desviación típica $2{,}0$.

a. Calcula el coeficiente de variación de cada grupo en %.
b. ¿Qué grupo tiene notas más homogéneas?
c. Si en el grupo B todas las notas se multiplican por $1{,}5$, ¿cómo cambian la media, la desviación y el coeficiente?
d. Interpreta el resultado de $\bar{x} \pm \sigma$ para el grupo A.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Cuartiles y datos atípicos

Un grupo de amigos anota los kilómetros que corre cada uno en un mes: $3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 30$.

a. Calcula la mediana y los cuartiles Q_1 y Q_3.

b. Calcula el rango y el rango intercuartílico.
c. Calcula los límites $Q_1 - 1{,}5 \cdot IQR$ y $Q_3 + 1{,}5 \cdot IQR$ y decide si hay datos atípicos.
d. Dibuja el diagrama de caja con los cinco valores y los bigotes sin el dato atípico.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Temperaturas de una semana en Valladolid

Las temperaturas máximas, en grados, de siete días consecutivos de otoño en Valladolid fueron $8,\ 11,\ 9,\ 14,\ 12,\ 10,\ 13$.

a. Calcula media y mediana.
b. Calcula el rango y la desviación típica.
c. Si la semana siguiente todas las temperaturas suben 3 grados, ¿cuáles son la media y la desviación típica?
d. Pasa las temperaturas de la primera semana a grados Fahrenheit con $F = 1{,}8C + 32$ y calcula la nueva media.

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Los 100 metros del club de atletismo

Diez atletas de un club de Sevilla corren los 100 m. Sus tiempos, en segundos, son: $12{,}4;\ 12{,}9;\ 13{,}1;\ 12{,}4;\ 13{,}6;\ 12{,}8;\ 13{,}0;\ 12{,}4;\ 14{,}2;\ 13{,}1$.

a. Calcula la moda, la mediana y la media.
b. Calcula la desviación típica.
c. ¿Cuántos atletas tienen un tiempo dentro de $\bar{x} \pm \sigma$?
d. Calcula Q_1, Q_3 y IQR.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Dos clases, dos formas de aprobar

Las notas de matemáticas de dos grupos de un instituto de Gijón se resumen en la tabla de frecuencias.

Nota	2	4	5	6	7	8	10
Grupo A	0	3	6	8	5	2	0
Grupo B	4	0	5	6	0	5	4

a. Calcula la media y la desviación típica de cada grupo.
b. Calcula el coeficiente de variación de cada grupo.
c. ¿Qué grupo tiene la media más alta? ¿Cuál es más homogéneo?
d. Razona cuál de los dos grupos describe mejor la media.

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Goles por partido

En una liga juvenil de Vigo se anotan los goles marcados en 20 partidos: ningún gol en 3 partidos, 1 gol en 6, 2 goles en 6, 3 goles en 4 y 4 goles en 1.

Goles	0	1	2	3	4
Partidos	3	6	6	4	1

a. Construye la tabla de frecuencias absolutas, relativas y acumuladas.
b. Calcula la media y la desviación típica de goles por partido.
c. ¿Qué porcentaje de partidos tiene más de 2 goles?
d. Indica la moda, la mediana y los cuartiles.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Edades de los socios del gimnasio

Un gimnasio de Zaragoza tiene 100 socios y agrupa sus edades en intervalos de 10 años: $[15, 25)$ con 18 socios, $[25, 35)$ con 34, $[35, 45)$ con 28, $[45, 55)$ con 14 y $[55, 65)$ con 6.

Edad	[15, 25)	[25, 35)	[35, 45)	[45, 55)	[55, 65)
Socios	18	34	28	14	6

a. Escribe las marcas de clase y las frecuencias acumuladas.
b. Calcula la edad media y la desviación típica.
c. Indica el intervalo modal y el intervalo mediano.
d. ¿Qué porcentaje de socios tiene menos de 35 años?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Precios del menú del día

Un estudiante compara el precio del menú del día (en euros) de nueve restaurantes de una zona turística de Málaga: $9, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 14, 35$.

a. Calcula la media y la mediana.
b. Calcula los cuartiles y el rango intercuartílico.
c. Comprueba con la regla de los $1{,}5 \cdot IQR$ si algún precio es atípico.
d. Recalcula media y mediana sin el dato atípico y comenta la diferencia.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – La factura de la luz

La factura de electricidad de una familia de Pamplona (en euros) durante los doce meses de un año fue: $62, 58, 55, 48, 45, 52, 70, 74, 50, 46, 57, 64$.

a. Ordena los datos y calcula la mediana.
b. Calcula Q_1, Q_3 y el rango intercuartílico.
c. Calcula la media y la desviación típica.
d. ¿En qué meses se superó $\bar{x} + \sigma$? Interpreta.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Horas de pantalla al día

Una encuesta a 50 alumnos de un instituto de Alicante pregunta cuántas horas al día usan el móvil. Resultados: $[0,1)$: 5; $[1,2)$: 12; $[2,3)$: 15; $[3,4)$: 10; $[4,5)$: 8.

Horas	[0, 1)	[1, 2)	[2, 3)	[3, 4)	[4, 5)
Alumnos	5	12	15	10	8

a. Dibuja el histograma e indica el intervalo modal.
b. Calcula la media y la desviación típica con las marcas de clase.
c. Calcula la mediana por interpolación en el intervalo mediano.
d. ¿Qué porcentaje de alumnos usa el móvil 3 horas o más?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – La parada del autobús

Un ayuntamiento quiere mejorar el servicio de autobús y anota durante una mañana el tiempo de espera, en minutos, de 40 usuarios en la parada de una avenida de Murcia. La tabla recoge los resultados. Se pide analizarlos con las medidas de centralización y dispersión y proponer una conclusión.

Espera (min)	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)
Usuarios	6	14	12	6	2

a. Completa la tabla con marcas de clase y frecuencias acumuladas.
b. Calcula la media, la varianza y la desviación típica.
c. Calcula la mediana por interpolación e indica el intervalo modal.
d. ¿Qué porcentaje de usuarios espera menos de 10 minutos? ¿Y más de 15?
e. El ayuntamiento se plantea que la media no supere 9 minutos. ¿Cumple el objetivo? Razona qué medida usarías para valorarlo mejor.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Dos máquinas de envasado

Una fábrica de Reus envasa paquetes de harina de 500 g con dos máquinas. Se pesan 8 paquetes de cada una. Máquina 1: $498, 501, 500, 502, 499, 500, 501, 499$. Máquina 2: $490, 510, 505, 495, 500, 512, 488, 500$.

a. Calcula la media de cada máquina.

b. Calcula la desviación típica de cada una.
c. Calcula los coeficientes de variación y compáralos.
d. Si un paquete es válido con una tolerancia de ± 5 g, ¿qué máquina produce más paquetes válidos en la muestra?
e. ¿Qué máquina conviene revisar? Redacta una conclusión.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Los sueldos de la empresa

Una empresa familiar de Teruel tiene ocho empleados. Sus sueldos mensuales, en euros, son: $1200,\ 1250,\ 1250,\ 1300,\ 1350,\ 1400,\ 1500,\ 9000$. El propietario dice que «el sueldo medio es de más de $2\,000$ €».

a. Calcula la media, la mediana y la moda.
b. ¿Es cierta la frase del propietario? ¿Qué medida representa mejor a la plantilla?
c. Calcula la desviación típica con y sin el sueldo de 9000 €.
d. Si todos reciben una subida fija de 100 €, ¿cómo cambian la media y la desviación típica? ¿Y con una subida del $5\ \%$?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Cambios de unidades y de escala

Las alturas de cinco plantas de un vivero de Lugo, en centímetros, son $40,\ 45,\ 50,\ 55,\ 60$. La media es 50 cm y la desviación típica es $\sqrt{50} \approx 7{,}07$ cm.

a. Expresa las alturas en metros y calcula la nueva media y desviación típica.
b. Si cada planta crece 10 cm, ¿qué ocurre con la media y con la desviación típica?
c. Si la altura se duplica, ¿cómo cambian la media, la varianza y el coeficiente de variación?
d. Comprueba el apartado b) calculando directamente la desviación de los datos nuevos.

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Dos nadadores en la piscina

Dos nadadores de un club de Cartagena registran sus tiempos en 50 m libres (en segundos) durante ocho entrenamientos. Nadador A: $58{,}2;\ 57{,}9;\ 58{,}5;\ 58{,}0;\ 59{,}1;\ 58{,}3;\ 57{,}8;\ 58{,}6$. Nadador B: $57{,}5;\ 59{,}8;\ 58{,}0;\ 60{,}2;\ 57{,}1;\ 58{,}9;\ 61{,}0;\ 58{,}4$.

a. Calcula la mediana, los cuartiles y el rango de cada nadador.
b. Calcula el rango intercuartílico de cada uno.
c. Compara los dos diagramas de caja: ¿quién es más regular? ¿Quién tuvo el mejor tiempo?
d. Calcula la media y la desviación típica de cada uno y confirma la conclusión.

e. Si el entrenador debe elegir a uno para una final en la que lo importante es la regularidad, ¿a quién elige? ¿Y si busca el mejor tiempo posible?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: estadística inversa

Resuelve estos retos sobre medidas estadísticas.

a. La media de cinco números es 8. Cuatro de ellos son 5, 7, 9, 12. Calcula el quinto.
b. Halla cuatro números naturales a con media 10, mediana $9{,}5$ y rango 11.
c. Demuestra que $\sum(x_i - \bar{x}) = 0$ para cualquier conjunto de datos.
d. Si añadimos a una lista un dato igual a la media, ¿cómo cambian la media y la varianza? Razónalo con un ejemplo.