Soluciones - Ecuaciones y sistemas

Curso: 4 Eso

Solución del ejercicio 1

a. $3x - 6 + 5 = 2x + 7$, $3x - 1 = 2x + 7$, $x = 8$. Comprobación: $3 \cdot 6 + 5 = 23 = 16 + 7$. Quitamos el paréntesis, agrupamos las x en un miembro y los números en el otro.
b. Multiplicamos por 6: $2(2x - 1) - 3(x + 2) = 6$, $4x - 2 - 3x - 6 = 6$, $x = 14$. Comprobación: $\frac{27}{3} - \frac{16}{2} = 9 - 8 = 1$. Respuesta: $x = 14$.
c. $5 - 2x - 2 = 3x - 12$, $3 - 2x = 3x - 12$, $15 = 5x$, $x = 3$. Comprobación: $5 - 2 \cdot 4 = -3$ y $9 - 12 = -3$. Respuesta: $x = 3$.
d. $0{,}3x = 1{,}8$, $x = 6$. Pasamos los términos con x a la izquierda y los números a la derecha. Comprobación: $2{,}4 + 1{,}2 = 3{,}6 = 0{,}6 + 3$. Respuesta: $x = 6$.

Solución del ejercicio 2

a. $x^2 = 4$, luego $x = \pm 2$. Sumamos 12 y dividimos entre 3; al hacer la raíz cuadrada aparecen dos soluciones opuestas.
b. $x(x + 5) = 0$, luego $x = 0$ o $x = -5$. Sacamos factor común x e igualamos cada factor a cero. Comprobación con -5: $25 - 25 = 0$.
c. $x^2 = 25$, luego $x = \pm 5$. Dividimos entre 2 y hacemos la raíz cuadrada con doble signo.
d. $x^2 = -\frac{9}{4}$ no tiene solución real. Un cuadrado nunca es negativo, así que la ecuación no tiene ninguna solución real.

Solución del ejercicio 3

a. $\Delta = 25 - 24 = 1$; $x = \frac{5 \pm 1}{2}$, es decir $x = 3$ o $x = 2$. Como el discriminante es positivo, hay dos soluciones distintas. Comprobación con 2: $4 - 10 + 6 = 0$.
b. $\Delta = 9 + 16 = 25$; $x = \frac{-3 \pm 5}{4}$, es decir $x = \frac{1}{2}$ o $x = -2$. Comprobación con $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 = 0$.
c. $\Delta = 36 - 36 = 0$; solución doble $x = 3$. El trinomio es un cuadrado perfecto: $(x - 3)^2 = 0$.
d. $\Delta = 4 - 20 = -16$: no hay soluciones reales. Un discriminante negativo no tiene raíz cuadrada real.

Solución del ejercicio 4

a. $\Delta = 36 - 4k$. Usamos $\Delta = b^2 - 4ac$ con $a = 1$, $b = -6$ y $c = k$.
b. $\Delta = 0$ cuando $k = 9$; la solución doble es $x = 3$. La solución doble es $x = -\dfrac{b}{2a} = 3$.
c. $\Delta > 0$ cuando $36 - 4k > 0$, es decir k. Dividimos entre 4, que es positivo, sin cambiar el sentido.
d. $k = 5$: $x^2 - 6x + 5 = 0$, $x = 1$ o $x = 5$. $k = 10$: $\Delta = -4$, no hay solución real. Respuesta: con $k = 5$ las soluciones son 1 y 5; con $k = 10$ no hay soluciones reales.

Solución del ejercicio 5

a. De la segunda, $y = x + 1$. Entonces $2x + x + 1 = 7$, $x = 2$, $y = 3$. Comprobación: $4 + 3 = 7$.
b. $3x - 4 = -x + 8$, $4x = 12$, $x = 3$, $y = 5$. Comprobación: $9 - 4 = 5$ y $-3 + 8 = 5$.
c. Sumamos: $8x = 16$, $x = 2$; entonces $6 + 2y = 12$ y $y = 3$. Comprobación: $10 - 6 = 4$.
d. Multiplicamos la primera por 2 y la segunda por 3: $4x + 6y = 26$ y $9x - 6y = 0$. Sumamos: $13x = 26$, $x = 2$, $y = 3$. Comprobación: $4 + 9 = 13$ y $6 - 6 = 0$.

Solución del ejercicio 6

a. La segunda ecuación es el doble de la primera: infinitas soluciones, $y = 5 - x$. Compatible indeterminado: las rectas coinciden. Respuesta: compatible indeterminado.
b. La segunda equivale a $x + y = 6$, que contradice $x + y = 5$. Incompatible: rectas paralelas distintas. Respuesta: incompatible.
c. Sumando, $3x = 9$, $x = 3$ e $y = 2$. Compatible determinado: las rectas se cortan en $(3, 2)$. Respuesta: compatible determinado, con solución $(3, 2)$.

Solución del ejercicio 7

a. $\begin{cases} 3a + 2p = 9{,}40 \\ 2a + 4p = 10{,}80 \end{cases}$ Cada compra da una ecuación.
b. Multiplicamos la primera por 2: $6a + 4p = 18{,}80$. Restamos la segunda: $4a = 8$, $a = 2$. Entonces $6 + 2p = 9{,}40$ y $p = 1{,}70$.
c. $3 \cdot 2 + 2 \cdot 1{,}70 = 9{,}40$ y $2 \cdot 2 + 4 \cdot 1{,}70 = 10{,}80$. Correcto.
d. $5 \cdot 2 + 3 \cdot 1{,}70 = 15{,}10$ €. Multiplicamos cada precio por los kilos y sumamos.

Solución del ejercicio 8

a. $\begin{cases} x + y = 40 \\ 8x + 5y = 275 \end{cases}$ Una ecuación cuenta las entradas y la otra el dinero.
b. $y = 40 - x$: $8x + 200 - 5x = 275$, $3x = 75$, $x = 25$ y $y = 15$. Comprobación: $200 + 75 = 275$ €.
c. $15 \cdot 5 = 75$ €. Multiplicamos las entradas infantiles por su precio.
d. $40 \cdot 8 = 320$ €, que son 45 € más. Respuesta: se habrían recaudado 320 €.

Solución del ejercicio 9

a. $m = 3h$ y $m + 12 = 2(h + 12)$. El triple se escribe $3h$, y dentro de 12 años las dos edades aumentan en 12.
b. $3h + 12 = 2h + 24$, luego $h = 12$ y $m = 36$. Sustituimos $m = 3h$ en la segunda ecuación.
c. Hace 5 años: hija 7 y madre 31. Restamos 5 a cada edad.
d. Dentro de 12 años: hija 24 y madre $48 = 2 \cdot 24$. Correcto.

Solución del ejercicio 10

a. $v_1 - v_2 = 25$ y $2(v_1 + v_2) = 350$, es decir $v_1 + v_2 = 175$. Al ir en sentido contrario, en 2 horas recorren entre los dos los 350 km.
b. Sumamos: $2v_1 = 200$, $v_1 = 100$ km/h y $v_2 = 75$ km/h. Sumamos las dos ecuaciones para eliminar v_2.
c. Primer tren: 200 km. Segundo: 150 km. Suman 350 km. Multiplicamos cada velocidad por 2 horas.
d. En el instante t: $100t + 75(t - 1) = 350$, $175t = 425$, $t = \dfrac{17}{7} \approx 2{,}43$ h. Respuesta: unas 2 horas y 26 minutos después de salir el primero.

Solución del ejercicio 11

a. $2w + 2l = 54$ y $l = w + 7$. El perímetro es la suma de los cuatro lados.
b. $2w + 2w + 14 = 54$, $4w = 40$, $w = 10$ m y $l = 17$ m. Sustituimos l en la primera ecuación.
c. $A = 10 \cdot 17 = 170$ m^2. Multiplicamos el ancho por el largo.
d. $54 : 2 = 27$ vallas; coste $27 \cdot 18 = 486$ €. Respuesta: la valla cuesta 486 €.

Solución del ejercicio 12

a. $a + n = 10$ y $12a + 8n = 96$ (precio total $10 \cdot 9{,}60$). Una ecuación cuenta los kilos y

la otra el dinero total.

b. $12a + 8(10 - a) = 96$, $4a + 80 = 96$, $a = 4$ y $n = 6$. Sustituimos $n = 10 - a$.

c. $4 \cdot 12 + 6 \cdot 8 = 48 + 48 = 96$ €, que son $9{,}60$ €/kg.

d. $14a + 8(10 - a) = 96$, $6a = 16$, $a = \frac{8}{3} \approx 2{,}67$ kg. Respuesta: unos 2,67 kg de almendras.

Solución del ejercicio 13

a. $x(x + 1) = 156$, $x^2 + x - 156 = 0$, $x = 12$ (o -13). Los números son 12 y 13. Comprobación: $12 \cdot 13 = 156$.

b. $x^2 - 3x = 40$, $x^2 - 3x - 40 = 0$, $(x - 8)(x + 5) = 0$. Vale 8 o -5. Comprobación: $64 - 24 = 40$ y $25 + 15 = 40$.

c. $x^2 + (x + 2)^2 = 74$, $2x^2 + 4x - 70 = 0$, $x^2 + 2x - 35 = 0$, $x = 5$ (o -7). Los números son 5 y 7 (o -7 y -5). Comprobación: $25 + 49 = 74$.

d. $(x + 3)^2 - x^2 = 63$, $6x + 9 = 63$, $x = 9$ cm. Comprobación: $12^2 - 9^2 = 144 - 81 = 63$.

Solución del ejercicio 14

a. Suma de los lados $l + w = 23$ y producto $l \cdot w = 120$. El semiperímetro es $46 : 2 = 23$.

b. $x^2 - 23x + 120 = 0$. Si dos números suman S y su producto es P, son las soluciones de $x^2 - Sx + P = 0$.

c. $\Delta = 529 - 480 = 49$, $x = \frac{23 \pm 7}{2}$, luego 15 y 8. Respuesta: la parcela mide 15 m por 8 m.

d. $d = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17$ m. La diagonal es la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por los lados.

Solución del ejercicio 15

a. $h(0) = 2$; $h(0{,}5) = 5{,}75$; $h(1) = 7$; $h(1{,}5) = 5{,}75$; $h(2) = 2$ m. Sustituimos cada valor de t en la fórmula; la tabla es simétrica respecto de $t = 1$.

b. $-5t^2 + 10t + 2 = 5$, $5t^2 - 10t + 3 = 0$, $t = \frac{10 \pm \sqrt{40}}{10} = 1 \pm 0{,}63$: $t \approx 0{,}37$ s o $t \approx 1{,}63$ s.

c. $-5t^2 + 10t - 1{,}05 = 0$, $t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 21}}{10} = \frac{10 \pm 8{,}89}{10}$: $t \approx 0{,}11$ s o $t \approx 1{,}89$ s. Al bajar entra a $t \approx 1{,}89$ s.

d. $-5t^2+10t+2=0$, $5t^2-10t-2=0$, $t=\dfrac{10+\sqrt{140}}{10}\approx 2{,}18$ s (la raíz negativa no vale).

Solución del ejercicio 16

a. Plan A: $y=20+15x$. Plan B: $y=25x$.
b. A: $35;\ 50;\ 65;\ 80;\ 95$ €. B: $25;\ 50;\ 75;\ 100;\ 125$ €.
c. $20+15x=25x$, $10x=20$, $x=2$ meses, con 50 € en ambos.
d. A los 12 meses: A $=200$ € y B $=300$ €. Conviene A y se ahorran 100 €.
e. Durante el primer mes es más barato B; al llegar al mes 2 cuestan igual (50 €); desde entonces A es más barato.

Solución del ejercicio 17

a. $\begin{cases}3b+2r=9{,}50\\2b+3r=8{,}50\end{cases}$
b. Multiplicamos la primera por 3 y la segunda por 2: $9b+6r=28{,}50$ y $4b+6r=17$. Restamos: $5b=11{,}50$, $b=2{,}30$. Entonces $6{,}90+2r=9{,}50$ y $r=1{,}30$.
c. $5\cdot 2{,}30+4\cdot 1{,}30=11{,}50+5{,}20=16{,}70$ €.
d. Cada pareja cuesta $3{,}60$ €. $20:3{,}60\approx 5{,}55$, luego 5 parejas: 18 €. Le sobran 2 €.
e. Nuevo bocadillo: $2{,}07$ €. Pedido: $5\cdot 2{,}07+5{,}20=15{,}55$ €.

Solución del ejercicio 18

a. $y=11-x$: $x(11-x)=28$, $x^2-11x+28=0$, $x=4$ o $x=7$. Soluciones $(4,7)$ y $(7,4)$.
b. $y=7-x$: $x^2+49-14x+x^2=25$, $x^2-7x+12=0$, $x=3$ o $x=4$. Soluciones $(3,4)$ y $(4,3)$.
c. $x^2-1=x+1$, $x^2-x-2=0$, $x=2$ o $x=-1$. Soluciones $(2,3)$ y $(-1,0)$.
d. Una parábola y una recta se cortan en dos puntos: $(2,3)$ y $(-1,0)$.

Solución del ejercicio 19

a. $a+b=11$ y $10b+a=10a+b+27$, que equivale a $b-a=3$. Las decenas valen 10 veces su cifra.
b. Sumando: $2b=14$, $b=7$ y $a=4$. El número es 47.
c. $4+7=11$ y $74-47=27$. Correcto.
d. $a=2b$ y $a+b=12$ dan $3b=12$, $b=4$, $a=8$. El número es 84 (y $8+4=12$, $8=2\cdot 4$). Respuesta: el número es 84.

Solución del ejercicio 20

a. Elevamos al cuadrado: $x+2=x^2$, $x^2-x-2=0$, $x=2$ o $x=-1$.
Comprobación: $\sqrt{4}=2$ vale; $\sqrt{1}=1\neq -1$ no vale. Solución $x=2$.

b. Incompatible si los coeficientes son proporcionales y los términos independientes no: $\frac{1}{2}=\frac{2}{k}\neq\frac{3}{5}$ da $k=4$ (y $\frac{1}{2}\neq\frac{3}{5}$).

c. $\Delta=m^2-64=0$, luego $m=\pm 8$ (raíces dobles $x=\mp 4$).

d. En una hora llenan $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$ del depósito: tardan 2 h.