Soluciones del examen - Patrones y sucesiones

Curso: 3 Eso · Duración: 50 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $a_n = 7 + 4(n-1) = 4n + 3$. Sumamos 4 por cada salto desde el primer término y simplificamos. Comprobación: $4 \cdot 1 + 3 = 7$.
b. $a_{15} = 4 \cdot 15 + 3 = 63$. Sustituimos $n = 15$ en el término general.
c. $S_{15} = \dfrac{(7 + 63) \cdot 15}{2} = 525$. Aplicamos la fórmula de la suma con el primer y el último término. Respuesta: 525.

Criterios de corrección: a) 1 punto por $a_n = 4n + 3$; b) 1 punto por $a_{15} = 63$; c) 2 puntos por $S_{15} = 525$, uno por la fórmula con primer y último término y otro por el cálculo $\dfrac{70 \cdot 15}{2}$.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. $a_n = 5 \cdot 3^{n-1}$ y $a_6 = 5 \cdot 3^5 = 1\,215$. La razón se multiplica $n - 1$ veces: $3^5 = 243$ y $5 \cdot 243 = 1\,215$.
b. $S_5 = \dfrac{5(3^5 - 1)}{3 - 1} = \dfrac{5 \cdot 242}{2} = 605$. (Comprobación: $5 + 15 + 45 + 135 + 405 = 605$.) Usamos la fórmula de la suma de una progresión geométrica con $r = 3$.

Criterios de corrección: en a) 0,5 puntos por el término general $a_n = 5 \cdot 3^{n-1}$ y 1 punto por $a_6 = 1\,215$, que exige el exponente 5 y no 6. En b) 1,5 puntos por aplicar la fórmula de la suma geométrica y 1 punto por el resultado 605, que coincide con la suma directa de los cinco términos.

Solución del ejercicio 3 (3 puntos)

a. Aritmética con $a_1 = 4$ y $d = 5$: $a_n = 4 + 5(n-1) = 5n - 1$. La diferencia entre términos consecutivos es siempre 5.
b. $5n - 1 = 94$, $5n = 95$, $n = 19$: sí, es el término 19. Igualamos el término general a 94; la solución es un número natural, así que 94 es un término.

Criterios de corrección: en a) 1,5 puntos, uno por la diferencia 5 y medio por simplificar. En b) 1,5 puntos por resolver $5n - 1 = 94$ y concluir que $n = 19$ es natural.

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. Cada triángulo añade 2 palillos: $a_n = 3 + 2(n-1) = 2n + 1$. El primer triángulo usa 3 palillos y cada uno nuevo comparte un lado con el anterior.
b. $a_{20} = 2 \cdot 20 + 1 = 41$ palillos. Sustituimos $n = 20$.
c. $2n + 1 = 61$, $n = 30$ triángulos. Igualamos a 61 y despejamos n.

Criterios de corrección: en a) 1,5 puntos por $a_n = 2n + 1$, justificado porque cada triángulo nuevo añade 2 palillos; en b) 0,5 puntos por 41 palillos; en c) 1 punto por 30 triángulos, con la comprobación $2 \cdot 30 + 1 = 61$.

Solución del ejercicio 5 (6 puntos)

a. $a_n = 20 + 8(n-1) = 8n + 12$. Es una progresión aritmética con $a_1 = 20$ y $d = 8$.
b. $a_{12} = 8 \cdot 12 + 12 = 108$ €.
c. $S_{12} = \dfrac{(20 + 108) \cdot 12}{2} = 768$ €.
d. $8n + 12 > 150$, $8n > 138$, $n > 17{,}25$. En el mes 18 ahorra $a_{18} = 156$ €.
e. $S_{18} = \dfrac{(20 + 156) \cdot 18}{2} = 1\,584$ €.

Criterios de corrección: término general $8n + 12$ 1,5 puntos; ahorro del mes 12, 108 €, 1 punto; total de 12 meses, 768 €, 1,5 puntos; mes 18 con 156 € 1,5 puntos, comprobando que en el mes 17 ahorra 148 €; total de 18 meses, 1 584 €, 0,5 puntos.