Ejercicios - Patrones y sucesiones

Curso: 3 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Descubre el patrón

Averigua la regla de cada sucesión y escribe los tres términos siguientes.

a. $3,\ 7,\ 11,\ 15,\ \ldots$
b. $2,\ 6,\ 18,\ 54,\ \ldots$
c. $1,\ 4,\ 9,\ 16,\ \ldots$
d. $1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8,\ \ldots$

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Término general

El término general $a_n = 5n - 2$ permite calcular cualquier término sustituyendo n.

a. Calcula los cinco primeros términos.
b. Calcula a_{10}.
c. ¿Es 98 un término de la sucesión? ¿Y 100?
d. ¿Qué tipo de sucesión es? Indica la diferencia.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Progresión aritmética

En una progresión aritmética $a_n = a_1 + (n-1)d$ y la suma de los n primeros términos es $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$. Sea $a_1 = 4$ y $d = 3$.

a. Escribe los cinco primeros términos.
b. Calcula a_{10} y a_{20}.
c. Calcula S_{10}.
d. Escribe el término general simplificado.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Hallar los datos de una progresión

En una progresión aritmética, $a_3 = 11$ y $a_7 = 23$.

a. Calcula la diferencia d usando que de a_3 a a_7 hay 4 saltos.

b. Calcula a_1.
c. Escribe el término general.
d. Calcula a_{10}.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Sumas de términos

Calcula usando la fórmula de la suma de una progresión aritmética (la idea de Gauss: el primero más el último, el segundo más el penúltimo, etc.).

a. $1 + 2 + 3 + \cdots + 100$
b. La suma de los múltiplos de 5 desde 5 hasta 100.
c. La suma de los números pares desde 2 hasta 50.
d. Comprueba el apartado a) emparejando términos.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Progresión geométrica

En una progresión geométrica $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ y $S_n = \dfrac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$. Sea $a_1 = 3$ y $r = 2$.

a. Escribe los cinco primeros términos.
b. Calcula a_5 y a_8.
c. Calcula S_6.
d. ¿Cuántas veces se duplica el término para pasar de a_1 a a_8?

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Progresión geométrica decreciente

Sea una progresión geométrica con $a_1 = 80$ y razón $r = \dfrac{1}{2}$.

a. Escribe los cuatro primeros términos.
b. Calcula a_4 y a_6.
c. Calcula S_4 con la fórmula $S_n = \dfrac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$.
d. Comprueba S_4 sumando los términos.

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Término general de un patrón

Encuentra el término general de cada sucesión y calcula a_{10}.

a. $5,\ 8,\ 11,\ 14,\ \ldots$

b. $2,\ 4,\ 8,\ 16,\ \ldots$
c. $1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \ldots$
d. $6,\ 11,\ 16,\ 21,\ \ldots$

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Cuadrados con palillos

Con palillos se construye una hilera de cuadrados pegados: un cuadrado necesita 4 palillos, dos cuadrados necesitan 7 y tres cuadrados necesitan 10.

a. Dibuja la figura con 4 cuadrados y cuenta los palillos.
b. Escribe el término general a_n del número de palillos con n cuadrados.
c. ¿Cuántos palillos hacen falta para 10 cuadrados?
d. Con 100 palillos, ¿cuántos cuadrados se pueden formar?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – El ahorro semanal

Lucía, de Valladolid, empieza una hucha con 10 € la primera semana y cada semana ahorra 5 € más que la anterior.

a. Escribe el término general del ahorro de la semana n.
b. ¿Cuánto ahorra en la semana 12?
c. ¿Cuánto ha ahorrado en total tras 12 semanas?
d. ¿En qué semana ahorra por primera vez más de 100 €?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Las butacas del teatro

En un teatro de Zaragoza, la primera fila tiene 12 butacas y cada fila siguiente tiene 2 más que la anterior. Hay 20 filas.

a. ¿Cuántas butacas tiene la fila 20?
b. ¿Cuántas butacas tiene el teatro?
c. Si cada entrada cuesta 15 €, ¿cuánto se recauda con el teatro lleno?
d. ¿Cuántas filas harían falta para tener 900 butacas en total?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – El cultivo que se duplica

En un laboratorio hay 500 bacterias que se duplican cada hora.

a. Escribe la sucesión a_n de bacterias al cabo de n horas (con $a_0 = 500$).
b. Calcula las bacterias tras 6 horas.
c. ¿Cuántas horas tardan en superar las 10 000?

d. ¿Qué tipo de sucesión es y cuál es su razón?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – La bicicleta que se deprecia

Una bicicleta nueva cuesta 600 € y su valor baja un 20 % cada año.

a. ¿Por qué factor se multiplica el valor cada año?
b. Escribe la sucesión del valor tras n años.
c. Calcula el valor tras 3 años.
d. ¿Cuántos años han de pasar para que valga menos de 200 €?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – La pirámide de latas

En un supermercado de Gijón se apilan latas de atún formando una pirámide: 1 lata en la fila superior, 2 en la siguiente, 3 en la siguiente, y así sucesivamente.

a. ¿Cuántas latas tiene la fila 10?
b. ¿Cuántas latas hay en una pirámide de 10 filas?
c. ¿Y en una de 21 filas?
d. Con 120 latas, ¿cuántas filas completas se pueden hacer?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Dos formas de subir el sueldo

Una empresa ofrece a un trabajador 1 200 € mensuales el primer año. Propone dos opciones: subir 50 € cada año, o subir un 3 % cada año.

a. Escribe el sueldo del año n en cada opción.
b. Calcula el sueldo del año 10 con las dos opciones.
c. Calcula el total ganado por mes durante los 10 años con la opción de subir 50 €.
d. Calcula el total con la subida del 3 % y compara.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – La pelota que rebota

Una pelota cae desde 2 m de altura. Después de cada bote sube hasta los $\frac{3}{4}$ de la altura anterior.

a. Calcula las alturas de los tres primeros botes.
b. Escribe el término general de la altura del bote n.
c. Calcula la altura del quinto bote.
d. Suma las alturas de los tres primeros botes.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – El torneo de tenis

En un torneo de tenis por eliminación juegan 64 jugadores. En cada ronda se enfrentan por parejas y el perdedor queda eliminado.

a. Escribe cuántos partidos se juegan en cada ronda.
b. ¿Cuántas rondas hay hasta la final?
c. ¿Cuántos partidos se juegan en total?
d. Comprueba el total con el número de eliminados.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Las baldosas del marco

Un cuadrado de $n \times n$ baldosas blancas se rodea de una fila de baldosas azules. Con $n = 1$ se necesitan 8 azules, con $n = 2$ se necesitan 12 y con $n = 3$ se necesitan 16.

a. Dibuja el caso $n = 2$ y cuenta las baldosas azules.
b. Escribe el término general de las baldosas azules.
c. ¿Cuántas azules hacen falta para $n = 10$?
d. Si se dispone de 100 baldosas azules, ¿qué lado puede tener el cuadrado?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Los pétalos y Fibonacci

En muchas flores el número de pétalos es un término de la sucesión de Fibonacci: cada término es la suma de los dos anteriores.

a. Escribe los diez primeros términos empezando por 1, 1.
b. Calcula la razón entre cada término y el anterior desde el sexto: $\frac{8}{5}$, $\frac{13}{8}$, $\frac{21}{13}$, \dots
c. Calcula $\frac{55}{34}$ con tres decimales y compáralo con el número áureo $1{,}618$.
d. ¿Es la sucesión aritmética o geométrica? Razona.

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: sucesiones

Resuelve estos retos.

a. Tres números en progresión aritmética suman 21 y su producto es 315. Calcúlalos.
b. Calcula el término del medio de una progresión geométrica que empieza en 2 y termina en 18 (tres términos).
c. ¿Cuántos términos tiene la sucesión $7,\ 12,\ 17,\ \ldots,\ 102$?

d. Suma $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots$ sin fin con $S=\frac{a_1}{1-r}$ (si $|r|$).