Soluciones - Sistemas de ecuaciones

Curso: 3 Eso

Solución del ejercicio 1

a. Primera: $3+2=5$ (se cumple). Segunda: $3-2=1$ (se cumple). Sí es solución. Un par es solución si cumple las dos ecuaciones.
b. Primera: $2+3=5$ (se cumple). Segunda: $2-3=-1\neq 1$. No es solución. Basta con que falle una ecuación para que no sea solución.
c. Primera: $4+1=5$ (se cumple). Segunda: $4-1=3\neq 1$. Solo cumple la primera, así que no es solución del sistema. Respuesta: $(4,1)$ no es solución del sistema.

Solución del ejercicio 2

a. $y=8-2x$. Pasamos $2x$ al segundo miembro.
b. $x=0$: $y=8$; $x=1$: $y=6$; $x=2$: $y=4$; $x=3$: $y=2$. Sustituimos cada valor de x en $y=8-2x$.
c. Por ejemplo $(0,8)$, $(2,4)$ y $(4,0)$. Comprobación de $(2,4)$: $2\cdot 2+4=8$.
d. Tiene infinitas soluciones. Su gráfica es una recta. A cada valor de x le corresponde una solución distinta.

Solución del ejercicio 3

a. $3x+(2x-1)=14$, $5x=15$, $x=3$ e $y=2\cdot 3-1=5$. Comprobación: $9+5=14$. Respuesta: $(3,5)$.
b. $2(y+4)+3y=18$, $5y+8=18$, $y=2$ y $x=6$. Comprobación: $12+6=18$. Respuesta: $(6,2)$.
c. De la primera, $x=10-2y$. Entonces $3(10-2y)-y=9$, $30-7y=9$, $y=3$ y $x=4$. Comprobación: $4+6=10$ y $12-3=9$. Respuesta: $(4,3)$.

Solución del ejercicio 4

a. $3x-2=x+4$, $2x=6$, $x=3$ e $y=7$. Comprobación: $9-2=7$ y $3+4=7$. Respuesta: $(3,7)$.
b. $2y+1=3y-2$, $3=y$, $y=3$ y $x=7$. Comprobación: $2\cdot 3+1=7$ y $3\cdot 3-2=7$. Respuesta: $(7,3)$.
c. Despejamos y: $y=5-x$ e $y=2x-1$. Igualamos: $5-x=2x-1$, $6=3x$, $x=2$ e $y=3$. Comprobación: $2+3=5$ y $4-3=1$. Respuesta: $(2,3)$.

Solución del ejercicio 5

a. Las y ya son opuestas: sumamos, $6x = 18$, $x = 3$. Entonces $6 + 3y = 12$, $y = 2$. Comprobación: $12 - 6 = 6$. Respuesta: $(3, 2)$.
b. Multiplicamos la primera por 5 y la segunda por 2: $15x + 10y = 80$ y $4x - 10y = -4$. Sumamos: $19x = 76$, $x = 4$. Entonces $12 + 2y = 16$, $y = 2$. Comprobación: $8 - 10 = -2$. Respuesta: $(4, 2)$.
c. Multiplicamos la primera por 2: $10x - 4y = 8$. Sumamos con la segunda: $13x = 26$, $x = 2$. Entonces $10 - 2y = 4$, $y = 3$. Comprobación: $6 + 12 = 18$. Respuesta: $(2, 3)$.

Solución del ejercicio 6

a. Las pendientes son distintas: sumando, $2x = 6$, $x = 3$ e $y = 2$. Compatible determinado.
b. La segunda ecuación es el doble de la primera: son la misma recta. Compatible indeterminado, con infinitas soluciones.
c. No existen dos números que sumen 3 y 5 a la vez. Incompatible.
d. Determinado: dos rectas que se cortan en un punto. Indeterminado: dos rectas que coinciden. Incompatible: dos rectas paralelas que no se cortan.

Solución del ejercicio 7

a. Primera: $3x - 3 + 2y = 9$, es decir, $3x + 2y = 12$. Segunda: $x + 2y + 2 = 10$, es decir, $x + 2y = 8$. Restando: $2x = 4$, $x = 2$. Entonces $2 + 2y = 8$, $y = 3$. Comprobación: $3 \cdot 1 + 6 = 9$ y $2 + 8 = 10$. Respuesta: $(2, 3)$.
b. Multiplicamos la primera por 6: $3x + 2y = 18$. De la segunda, $x = y + 1$. Sustituimos: $3y + 3 + 2y = 18$, $5y = 15$, $y = 3$ y $x = 4$. Comprobación: $2 + 1 = 3$. Respuesta: $(4, 3)$.

Solución del ejercicio 8

a. $y = 4 - x$ e $y = x - 2$.
b. Primera: $(0, 4)$, $(2, 2)$, $(4, 0)$. Segunda: $(0, -2)$, $(2, 0)$, $(4, 2)$. Damos a x los valores indicados en cada recta.
c. Las rectas se cortan en el punto $(3, 1)$.
d. Sumando las ecuaciones: $2x = 6$, $x = 3$ e $y = 1$. Comprobación: $3 + 1 = 4$ y $3 - 1 = 2$. Respuesta: la solución es $(3, 1)$.

Solución del ejercicio 9

a. $\begin{cases} 3x + 2y = 7{,}40 \\ 2x + 3y = 6{,}60 \end{cases}$ Cada compra da una ecuación: precio de los cuadernos más precio de los bolígrafos.
b. Multiplicamos la primera por 3 y la segunda por 2: $9x + 6y = 22{,}2$ y $4x + 6y = 13{,}2$. Restamos: $5x = 9$, $x = 1{,}8$. Entonces $3{,}6 + 3y = 6{,}6$, $y = 1$.
c. Cuaderno: 1,80 €. Bolígrafo: 1 €.
d. $3 \cdot 1{,}8 + 2 \cdot 1 = 5{,}4 + 2 = 7{,}40$ y $2 \cdot 1{,}8 + 3 \cdot 1 = 3{,}6 + 3 = 6{,}60$. Las dos compras coinciden.

Solución del ejercicio 10

a. $\begin{cases} 3x + 2y = 34 \\ 2x + 4y = 36 \end{cases}$ Cada familia da una ecuación.
b. $x + 2y = 18$. Así los números son más pequeños.
c. Restamos la segunda simplificada de la primera: $2x = 16$, $x = 8$ e $y = 5$. Adulto: 8 €; niño: 5 €. Comprobación: $24 + 10 = 34$.
d. $2 \cdot 8 + 20 \cdot 5 = 16 + 100 = 116$ €. Respuesta: la clase pagaría 116 €.

Solución del ejercicio 11

a. $\begin{cases} x + y = 52 \\ x = 3y + 4 \end{cases}$ «4 años más que el triple» se escribe $3y + 4$.
b. $3y + 4 + y = 52$, $4y = 48$, $y = 12$ y $x = 40$. Sustituimos x en la primera ecuación.
c. El padre tiene 40 años y el hijo 12. Comprobación: $40 + 12 = 52$ y $3 \cdot 12 + 4 = 40$.
d. $40 - 12 = 28$ años. Respuesta: el padre tenía 28 años.

Solución del ejercicio 12

a. $\begin{cases} x + y = 25 \\ x + 2y = 38 \end{cases}$ Una ecuación cuenta las monedas y la otra el dinero.
b. Restamos la primera de la segunda: $y = 13$. Entonces $x = 25 - 13 = 12$. Las x tienen el mismo coeficiente, así que restamos las ecuaciones.
c. Hay 12 monedas de 1 € y 13 de 2 €. Respuesta: 12 monedas de 1 € y 13 de 2 €.
d. $12 + 13 = 25$ monedas y $12 \cdot 1 + 13 \cdot 2 = 12 + 26 = 38$ €. Las dos condiciones se cumplen.

Solución del ejercicio 13

a. $\begin{cases} x + y = 10 \\ 12x + 8y = 96 \end{cases}$ Una ecuación cuenta los kilos y la otra el dinero.
b. $y = 10 - x$: $12x + 8(10 - x) = 96$, $4x + 80 = 96$, $x = 4$ e $y = 6$.

c. 4 kg de almendras y 6 kg de nueces. Comprobación: $48 + 48 = 96$ €.
d. $96 : 10 = 9{,}60$ € por kilo. Respuesta: el kilo de mezcla sale a 9,60 €.

Solución del ejercicio 14

a. A favor: $\frac{36}{2} = 18$ km/h. En contra: $\frac{36}{3} = 12$ km/h. Velocidad es distancia entre tiempo.
b. $\begin{cases} x + y = 18 \\ x - y = 12 \end{cases}$ A favor de la corriente las velocidades se suman y en contra se restan.
c. Sumando: $2x = 30$, $x = 15$ km/h. Entonces $y = 3$ km/h.
d. A favor: $15 + 3 = 18$ km/h, $36 : 18 = 2$ h. En contra: $15 - 3 = 12$ km/h, $36 : 12 = 3$ h. Respuesta: el barco va a 15 km/h y la corriente a 3 km/h.

Solución del ejercicio 15

a. El semiperímetro es 27: $x + y = 27$ y $x = 2y + 3$. La mitad del perímetro es la suma del largo y el ancho.
b. $2y + 3 + y = 27$, $3y = 24$, $y = 8$ y $x = 19$. Sustituimos x en la primera ecuación. Comprobación: $2(19 + 8) = 54$.
c. Área $= 19 \cdot 8 = 152$ m^2. Multiplicamos el largo por el ancho.
d. $54 \cdot 18 = 972$ €. Multiplicamos el perímetro por el precio de cada metro. Respuesta: 972 €.

Solución del ejercicio 16

a. Número: $10a + b$. Invertido: $10b + a$. Las decenas valen 10 veces su cifra y las unidades valen su cifra.
b. $a + b = 11$ y $10b + a = 10a + b + 27$, es decir, $9b - 9a = 27$ y $b - a = 3$. Agrupamos y dividimos entre 9 para simplificar.
c. Sumando $a + b = 11$ y $b - a = 3$: $2b = 14$, $b = 7$ y $a = 4$. El número es 47. Sumamos las ecuaciones para eliminar a.
d. $4 + 7 = 11$ y $74 - 47 = 27$. Respuesta: el número es 47.

Solución del ejercicio 17

a. $\begin{cases} x + y = 9 \\ 50x + 20y = 300 \end{cases}$ Una ecuación cuenta los vehículos y la otra las plazas.
b. $y = 9 - x$: $50x + 20(9 - x) = 300$, $30x + 180 = 300$, $30x = 120$, $x = 4$ e $y = 5$.
c. 4 autobuses y 5 microbuses. Comprobación: $200 + 100 = 300$ plazas.
d. $4 \cdot 180 + 5 \cdot 90 = 720 + 450 = 1\,170$ €. Respuesta: el transporte cuesta 1 170 €.

Solución del ejercicio 18

a. A: $y = 30 + 20x$. B: $y = 10 + 25x$. Cada gasto es la inscripción más la cuota por el número de meses.
b. $30 + 20x = 10 + 25x$, $20 = 5x$, $x = 4$ meses. Igualamos los dos gastos y despejamos x.
c. $30 + 80 = 110$ € (y $10 + 100 = 110$ €). Respuesta: a los 4 meses los dos cuestan 110 €.
d. A los 12 meses: A $= 30 + 240 = 270$ € y B $= 10 + 300 = 310$ €. Conviene el gimnasio A. Respuesta: para un año conviene el gimnasio A.

Solución del ejercicio 19

a. $\begin{cases} 2x + 3y = 19{,}5 \\ 3x + 2y = 23 \end{cases}$ Cada pedido da una ecuación.
b. Multiplicamos la primera por 3 y la segunda por 2: $6x + 9y = 58{,}5$ y $6x + 4y = 46$. Restamos: $5y = 12{,}5$, $y = 2{,}5$. Entonces $2x + 7{,}5 = 19{,}5$, $x = 6$. Pizza: 6 €; refresco: 2,50 €. En la segunda compra: $3 \cdot 6 + 2 \cdot 2{,}5 = 23$.
c. $4 \cdot 6 + 5 \cdot 2{,}5 = 24 + 12{,}5 = 36{,}50$ €. Multiplicamos cada precio por la cantidad y sumamos.
d. Son 4 pizzas y 8 refrescos: $4 \cdot 6 + 8 \cdot 2{,}5 = 24 + 20 = 44$ €. Ocho medias pizzas son 4 pizzas enteras.

Solución del ejercicio 20

a. La segunda ecuación es el doble de la primera si $k = 6$: indeterminado. Si $k \neq 6$ las rectas son paralelas y el sistema es incompatible.
b. Como $x - y = 2$: $(x + y) \cdot 2 = 20$, $x + y = 10$. Sumando con $x - y = 2$: $2x = 12$, $x = 6$ e $y = 4$. Comprobación: $36 - 16 = 20$.
c. $\begin{cases} m + n = 2 \\ 3m + n = 8 \end{cases}$. Restando: $2m = 6$, $m = 3$ y $n = -1$. La recta es $y = 3x - 1$.
d. Padre x e hijo y: $x = 3y$ y $x - 4 = 5(y - 4)$. Sustituyendo: $3y - 4 = 5y - 20$, $16 = 2y$, $y = 8$ y $x = 24$. Hace 4 años: $20 = 5 \cdot 4$.