Soluciones - Proporcionalidad y educación financiera

Curso: 3 Eso

Solución del ejercicio 1

a. $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$. Dividimos los dos términos entre su máximo común divisor, 4.
b. Productos en cruz: $6 \cdot 12 = 72$ y $9 \cdot 8 = 72$. Son iguales: forman proporción.
c. $5 \cdot 24 = 15 \cdot x$, $120 = 15x$, $x = 8$. Comprobación: $\frac{5}{8} = 0{,}625 = \frac{15}{24}$.
d. $\frac{3}{4} = \frac{15}{x}$, $3x = 60$, $x = 20$ cm. Respuesta: 15 cm del plano son 20 cm reales.

Solución del ejercicio 2

a. $\frac{6}{2} = 3$, $\frac{15}{5} = 3$, $\frac{24}{8} = 3$: el cociente es constante. Si el cociente es el mismo en todas las parejas, la proporcionalidad es directa.
b. $k = 3$. La constante es el valor de y cuando $x = 1$.
c. $y = 3x$. Para $x = 11$: $y = 33$. Multiplicamos x por la constante.
d. $45 = 3x$, $x = 15$. Dividimos y entre la constante. Respuesta: $x = 15$.

Solución del ejercicio 3

a. Producto constante $= 4 \cdot 12 = 48$ (obrero·días). El producto de obreros por días es constante, porque con más obreros se tarda menos.
b. $6 \cdot d = 48$, $d = 8$ días. Dividimos el producto entre 6. Respuesta: 8 días.
c. $5 \cdot d = 48$, $d = 9{,}6$ días (casi 10 días). Dividimos entre 5. Respuesta: 9,6 días.
d. $o \cdot 4 = 48$, $o = 12$ obreros. Dividimos el producto entre 4. Respuesta: 12 obreros.

Solución del ejercicio 4

a. $\frac{8{,}50}{5} = 1{,}70$ € por kilo. Reducimos a la unidad dividiendo el precio entre los kilos.
b. $\frac{5}{8{,}5} = \frac{7}{x}$, $x = \frac{8{,}5 \cdot 7}{5} = 11{,}90$ €. Respuesta: 7 kg cuestan 11,90 €.
c. $\frac{20{,}40}{1{,}70} = 12$ kg. Dividimos el dinero entre el precio de un kilo. Respuesta: 12 kg.
d. El cociente precio/kilos es constante, 1,70: al comprar el doble de kilos se paga el doble.

Solución del ejercicio 5

a. Inversamente: con más grifos se tarda menos.
b. $3 \cdot 8 = 6 \cdot t$, $t = 4$ horas. El producto grifos por horas vale 24 en todos los casos.
c. $3 \cdot 8 = 5 \cdot t$, $t = 4{,}8$ h $= 4$ h y $0{,}8 \cdot 60 = 48$ min.
d. $3 \cdot 8 = g \cdot 2$, $g = 12$ grifos. Respuesta: 12 grifos.

Solución del ejercicio 6

a. Piezas con más máquinas: directa; con más horas: directa.
$x = 1\,200 \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{9}{6} = 1\,200 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}5 = 2\,880$ piezas. Respuesta: 2 880 piezas.
b. $\frac{1\,200}{5 \cdot 6} = 40$ piezas por máquina y hora. Dividimos las piezas entre el producto de máquinas por horas.
c. En el mismo tiempo, el doble de piezas exige el doble de máquinas: $5 \cdot 2 = 10$ máquinas.
d. $40 \cdot 8 \cdot 9 = 2\,880$ piezas. Los dos métodos coinciden.

Solución del ejercicio 7

a. $240 \cdot 0{,}15 = 36$. Para calcular un porcentaje multiplicamos por su expresión decimal, $0{,}15$. Respuesta: 36.
b. $\frac{45}{180} = 0{,}25 = 25\ \%$. Dividimos la parte entre el total y multiplicamos por 100. Respuesta: el 25 %.
c. $x \cdot 0{,}20 = 30$, $x = \frac{30}{0{,}2} = 150$. Conocemos la parte y el porcentaje, así que dividimos la parte entre 0,20. Respuesta: la cantidad es 150.
d. $50 \cdot 1{,}12 = 56$. Aumentar un 12 % es multiplicar por el índice $1 + 0{,}12 = 1{,}12$. Respuesta: 56.

Solución del ejercicio 8

a. $80 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}9 = 79{,}20$ €. Multiplicamos por los dos índices seguidos.
b. $60 \cdot 0{,}7 = 42$ €. Rebajar un 30 % es pagar el 70 %.
c. $50 \cdot 1{,}21 = 60{,}50$ €. Sumar el IVA es multiplicar por 1,21.
d. El 10 % de bajada se aplica sobre un precio mayor (88 €) que el 10 % de subida (sobre 80 €). Por eso baja más de lo que había subido: $1{,}1 \cdot 0{,}9 = 0{,}99$.

Solución del ejercicio 9

a. $I = 3\,000 \cdot 0{,}04 \cdot 2 = 240$ €. Aplicamos la fórmula con $r = 0{,}04$ y $t = 2$. Respuesta: 240 €.
b. $3\,000 + 240 = 3\,240$ €. Sumamos los intereses al capital inicial. Respuesta: 3 240 €.
c. $600 = 3\,000 \cdot 0{,}04 \cdot t = 120t$, $t = 5$ años. Cada año produce 120 €, así que dividimos 600 entre 120. Respuesta: 5 años.
d. Interés anual 120 €, mensual $\dfrac{120}{12} = 10$ €. Dividimos el interés anual entre los 12 meses del año. Respuesta: 10 € al mes.

Solución del ejercicio 10

a. $C_t = 4\,000 \cdot 1{,}025^t$. Cada año el capital se multiplica por $1 + 0{,}025$.
b. $C_2 = 4\,000 \cdot 1{,}050625 = 4\,202{,}50$ €. Calculamos $1{,}025^2$ y multiplicamos por 4 000.
c. $C_3 = 4\,000 \cdot 1{,}076890625 \approx 4\,307{,}56$ €. Calculamos $1{,}025^3$.
d. Interés simple en 3 años: $4\,000 \cdot 0{,}025 \cdot 3 = 300$ €. El compuesto da $307{,}56$ €: $7{,}56$ € más. Respuesta: el compuesto da 7,56 € más.

Solución del ejercicio 11

a. Factor $= \dfrac{30}{12} = 2{,}5$. Pasamos de 12 a 30 galletas.
b. Harina: $200 \cdot 2{,}5 = 500$ g. Mantequilla: $100 \cdot 2{,}5 = 250$ g. Multiplicamos cada cantidad por el factor 2,5.
c. Azúcar: $80 \cdot 2{,}5 = 200$ g. Respuesta: 200 g de azúcar.
d. $\dfrac{1\,000}{200} = 5$ veces la receta: $5 \cdot 12 = 60$ galletas. Respuesta: 60 galletas.

Solución del ejercicio 12

a. $\dfrac{6{,}5}{100} \cdot 450 = 29{,}25$ L. El consumo es proporcional a los kilómetros: dividimos entre 100 y multiplicamos por 450. Respuesta: 29,25 litros.
b. $29{,}25 \cdot 1{,}55 \approx 45{,}34$ €. Multiplicamos los litros por el precio de cada litro. Respuesta: unos 45,34 €.
c. $\dfrac{40}{6{,}5} \cdot 100 \approx 615{,}4$ km. Cada 6,5 litros recorre 100 km, así que dividimos 40 entre 6,5 y multiplicamos por 100. Respuesta: unos 615 km.
d. $5{,}5 \cdot 4{,}5 = 24{,}75$ L; ahorro $29{,}25 - 24{,}75 = 4{,}50$ L. Con el nuevo consumo, 450 km son 4,5 veces 100 km. Respuesta: se ahorrarían 4,50 litros.

Solución del ejercicio 13

a. $120 \cdot 0{,}75 = 90$ €. Rebajar un 25 % es multiplicar por 0,75.
b. $90 \cdot 0{,}90 = 81$ €. El segundo descuento se aplica sobre 90 €, no sobre 120 €.
c. Descuento total: $120 - 81 = 39$ €, que son $\frac{39}{120} = 0{,}325 = 32{,}5\ \%$ (no 35 %).
d. Con el 35 %: $120 \cdot 0{,}65 = 78$ €. Habría sido mejor, porque 78 € es menos que 81 €.

Solución del ejercicio 14

a. $6{,}5 \cdot 200\,000 = 1\,300\,000$ cm $= 13$ km. Multiplicamos por la escala y pasamos los centímetros a kilómetros dividiendo entre 100 000.
b. 45 km $= 4\,500\,000$ cm. $\frac{4\,500\,000}{200\,000} = 22{,}5$ cm. Pasamos los kilómetros a centímetros y dividimos entre la escala.
c. $200\,000$ cm $= 2$ km. Dividimos 200 000 cm entre 100 000 para obtener kilómetros.
d. $9{,}2 \cdot 2 = 18{,}4$ km. Como cada centímetro son 2 km, multiplicamos por 2. Respuesta: los pueblos están a 18,4 km.

Solución del ejercicio 15

a. Inversión total: $10\,000$ €. Razón: $\frac{4\,500}{10\,000} = 0{,}45$ € por euro invertido.
b. $2\,000 \cdot 0{,}45 = 900$ €; $3\,000 \cdot 0{,}45 = 1\,350$ €; $5\,000 \cdot 0{,}45 = 2\,250$ €.
c. $900 + 1\,350 + 2\,250 = 4\,500$ €.
d. Inversa: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, es decir, $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{6}$; suma $= 1$. Reparto: 45 €, 30 € y 15 € (suman 90).

Solución del ejercicio 16

a. $I = 2\,400 \cdot 0{,}05 \cdot 1 = 120$ €. Total $2\,520$ € y cuota $\frac{2\,520}{12} = 210$ €.
b. $I = 2\,400 \cdot 0{,}05 \cdot 2 = 240$ €. Total $2\,640$ € y cuota $\frac{2\,640}{24} = 110$ €.
c. $2\,640 - 2\,520 = 120$ € más.
d. Ventaja: la cuota mensual es menor (110 € frente a 210 €). Inconveniente: se pagan 120 € más de intereses.

Solución del ejercicio 17

a. $C_t = 3\,000 \cdot 1{,}03^t$. Cada año el capital se multiplica por 1,03.
b. $C_3 = 3\,000 \cdot 1{,}092727 \approx 3\,278{,}18$ € y $C_4 = 3\,000 \cdot 1{,}125509 \approx 3\,376{,}53$ €.
c. Tras 3 años tiene $3\,278{,}18$ y tras 4 años $3\,376{,}53 > 3\,300$. Necesita 4 años.
d. $3\,376{,}53$ €. Respuesta: tendrá unos 3 376,53 €.

Solución del ejercicio 18

a. $400 \cdot 1{,}21 = 484$ €. Multiplicamos por el índice del IVA.
b. $484 \cdot 0{,}85 = 411{,}40$ €. Rebajar un 15 % es multiplicar por 0,85.
c. Se deshacen los índices: $\dfrac{411{,}40}{0{,}85} = 484$ y $\dfrac{484}{1{,}21} = 400$ €. Para deshacer un porcentaje dividimos entre su índice.
d. $\dfrac{411{,}40}{400} = 1{,}0285$: se ha pagado el $102{,}85\ \%$, es decir, un $2{,}85\ \%$ más que el precio sin IVA.

Solución del ejercicio 19

a. $d = 90 \cdot 4 = 360$ km. Distancia es velocidad por tiempo. Respuesta: 360 km.
b. Inversamente proporcionales. $\dfrac{360}{120} = 3$ horas. Si la velocidad aumenta, el tiempo disminuye en la misma proporción. Respuesta: 3 horas.
c. $\dfrac{360}{3} = 120$ km/h. Dividimos la distancia entre el tiempo deseado. Respuesta: 120 km/h.
d. $4 - 3 = 1$ hora. Respuesta: se ahorra una hora.

Solución del ejercicio 20

a. $1{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96$: el precio final es el 96 % del inicial, es decir, baja un 4 %. Los porcentajes no se compensan.
b. El índice de la subida es $1{,}25$. Hay que multiplicar por $\dfrac{1}{1{,}25} = 0{,}8$, es decir, un descuento del 20 %.
c. $C \cdot 1{,}05^2 = 2\,205$, $C = \dfrac{2\,205}{1{,}1025} = 2\,000$ €. Dividimos entre el índice elevado a 2.
d. $\dfrac{121}{1{,}21} = 100$ €. Dividimos entre el índice del IVA.