Soluciones - Probabilidad

Curso: 3 Eso

Solución del ejercicio 1

a. $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $A = \{2, 4, 6\}$; $B = \{3, 6\}$.
b. $A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$ (salir par o múltiplo de 3) y $A \cap B = \{6\}$ (par y múltiplo de 3). La unión reúne los resultados de los dos sucesos y la intersección solo los comunes.
c. $A^c = \{1, 3, 5\}$ (salir impar). El contrario contiene los resultados que no están en A.
d. No son incompatibles, porque tienen un resultado en común: $A \cap B = \{6\} \neq \emptyset$.

Solución del ejercicio 2

a. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (casos favorables 2, 4 y 6).
b. Favorables 5 y 6: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
c. Los primos son 2, 3 y 5: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
d. Salir un 7 es un suceso imposible: probabilidad 0. Salir un número menor o igual que 6 es seguro: probabilidad 1.

Solución del ejercicio 3

a. $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$. Hay 10 cartas de cada palo entre 40 cartas equiprobables.
b. Reyes: $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$. Rey de oros: $\frac{1}{40}$. Hay un rey en cada palo, y solo uno es de oros.
c. Hay 3 figuras por palo: $\frac{12}{40} = \frac{3}{10}$. Sota, caballo y rey en cada uno de los 4 palos.
d. Hay 4 ases y 4 reyes, y son sucesos incompatibles: $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$. Como no hay ninguna carta que sea as y rey a la vez, sumamos las probabilidades.

Solución del ejercicio 4

a. $h = \frac{130}{200} = 0{,}65$. La frecuencia relativa es el número de veces que ocurre el

suceso dividido entre el número de lanzamientos.
b. Con muchas repeticiones la frecuencia relativa se estabiliza en torno a la probabilidad: $P \approx 0{,}65$.
c. $1\,000 \cdot 0{,}65 = 650$ veces.
d. No: los dos resultados (punta arriba o abajo) no son equiprobables, así que hay que usar la frecuencia relativa.

Solución del ejercicio 5

a. $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. Hay 10 bolas en total, de las que 5 son rojas.
b. $P(\text{azul}) = \frac{3}{10}$, luego $P(\text{no azul}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$. El suceso contrario de «no azul» es «azul».
c. Son sucesos incompatibles: $\frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$. Una bola no puede ser roja y verde a la vez, así que sumamos.
d. No hay bolas amarillas: probabilidad 0 (suceso imposible). No hay casos favorables.

Solución del ejercicio 6

a. $P(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}7$. Restamos la intersección para no contarla dos veces.
b. $P(A^c) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$. La probabilidad del contrario es 1 menos la del suceso.
c. No ocurre ninguno: $1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$. «Ni A ni B» es el contrario de «A o B».
d. $P(A) = \frac{3}{6}$, $P(B) = \frac{2}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$. Entonces $P(A \cup B) = \frac{3+2-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, igual que contar $\{2, 3, 4, 6\}$.

Solución del ejercicio 7

a. $3 \cdot 2 = 6$ conjuntos.
b. $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ contraseñas (la primera cifra tiene 10 opciones, la segunda 9 y la tercera 8).
c. $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ formas.
d. Roja con vaquero, roja con negro, azul con vaquero, azul con negro, blanca con vaquero y blanca con negro: 6 ramas.

Solución del ejercicio 8

a. $4! = 24$ formas (el orden importa). Cada amigo ocupa un asiento distinto: 4 opciones para el primero, 3 para el segundo, etc.
b. $7 \cdot 6 = 42$ (el orden importa porque los cargos son distintos). El primer cargo tiene 7 candidatos y el segundo 6.
c. $\dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$ equipos (el orden no importa). Dividimos entre $3! = 6$ porque cada equipo se ha contado 6 veces con distinto orden.
d. $10^4 = 10\,000$ códigos. Cada una de las 4 cifras tiene 10 opciones.

Solución del ejercicio 9

a. $E = \{CC,\ CX,\ XC,\ XX\}$: 4 resultados equiprobables.
b. $P(CC) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$. Solo uno de los cuatro resultados es favorable.
c. Contrario: no salir ninguna cara, $P(XX) = \dfrac{1}{4}$. Entonces $1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$. Usar el suceso contrario es más rápido que contar los tres casos favorables.
d. Favorables CX y XC: $\dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$. Respuesta: la probabilidad de exactamente una cara es $\dfrac{1}{2}$.

Solución del ejercicio 10

a. Casos: $(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)$, es decir, 6. $P = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.
b. Suma 10: 3 casos; 11: 2 casos; 12: 1 caso. Total 6: $\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.
c. Dobles: $(1,1), \ldots, (6,6)$, 6 casos: $\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$. Suma 2: solo $(1,1)$: $\dfrac{1}{36}$.
d. La suma es par si los dos dados son pares o los dos impares: $\dfrac{3 \cdot 3 + 3 \cdot 3}{36} = \dfrac{18}{36} = \dfrac{1}{2}$.

Solución del ejercicio 11

a. Rojo $\dfrac{3}{8}$; azul $\dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$; verde $\dfrac{1}{4}$; amarillo $\dfrac{1}{8}$. Suman 1. Los 8 sectores son iguales, así que cada uno tiene probabilidad $\dfrac{1}{8}$.
b. $1 - \dfrac{3}{8} = \dfrac{5}{8}$. Usamos el suceso contrario de «rojo».
c. $\dfrac{2}{8} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{3}{8}$. Los dos colores son incompatibles, así que sumamos.

d. $400 \cdot \frac{1}{4} = 100$ veces. El número esperado es el número de giros por la probabilidad.

Solución del ejercicio 12

a. $\frac{18}{30} = 0{,}6$.
b. Quedan 17 chicas entre 29 alumnos: $\frac{17}{29}$. Al no devolver a la primera elegida, quedan una chica y un alumno menos.
c. $\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} = \frac{306}{870} = \frac{51}{145} \approx 0{,}352$. Multiplicamos las probabilidades de las dos ramas del árbol.
d. Con repetición: $0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$. Es algo mayor, porque al no devolver la persona la probabilidad de la segunda chica baja.

Solución del ejercicio 13

a. $1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Usamos el suceso contrario: la probabilidad de que no llueva es 1 menos la de que llueva. Respuesta: 0,7, es decir, un 70 %.
b. $30 \cdot 0{,}3 = 9$ días. El número esperado de días es el total de días por la probabilidad. Respuesta: unos 9 días de lluvia.
c. $0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49$. Como los días son independientes, multiplicamos las probabilidades. Respuesta: 0,49, casi la mitad.
d. $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$. También multiplicamos porque son independientes. Respuesta: solo un 9 % de probabilidad de dos días de lluvia.

Solución del ejercicio 14

a. $\frac{40}{1\,000} = 0{,}04$. Usamos la frecuencia relativa observada como probabilidad.
b. $1 - 0{,}04 = 0{,}96$. Es el suceso contrario.
c. $250 \cdot 0{,}04 = 10$ piezas.
d. No es seguro: se espera $25 \cdot 0{,}04 = 1$ pieza, pero la probabilidad de que no haya ninguna defectuosa es distinta de cero (aproximadamente $0{,}96^{25} \approx 36\ \%$).

Solución del ejercicio 15

a. $P(\text{rojo}) = \frac{1}{4}$. Un sector rojo entre cuatro sectores iguales. Respuesta: $\frac{1}{4}$.

b. Favorables 5 y 6: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Hay dos casos favorables entre seis. Respuesta: $\frac{1}{3}$.

c. $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$. Como los sucesos son independientes, la probabilidad de que ocurran los dos es el producto. Respuesta: $\frac{1}{12}$.

d. $60 \cdot \frac{1}{12} = 5$ premios. Multiplicamos el número de jugadores por la probabilidad de ganar. Respuesta: unos 5 premios.

Solución del ejercicio 16

a. Primera bola: $P(R) = \frac{4}{10}$ y $P(A) = \frac{6}{10}$. Si la primera fue R: $P(R) = \frac{3}{9}$ y $P(A) = \frac{6}{9}$. Si fue A: $P(R) = \frac{4}{9}$ y $P(A) = \frac{5}{9}$.

b. $P(RR) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$. Multiplicamos las probabilidades de la rama roja-roja.

c. $P(AA) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$. Multiplicamos las probabilidades de la rama azul-azul.

d. Contrario de «mismo color»: $1 - \frac{2}{15} - \frac{1}{3} = \frac{15-2-5}{15} = \frac{8}{15}$. (Comprobación: $RA + AR = \frac{24}{90} + \frac{24}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$.)

Solución del ejercicio 17

a. Total chicos: $70 + 30 = 100$. Total chicas: $50 + 50 = 100$. Practican deporte: $70 + 50 = 120$. No practican: $30 + 50 = 80$. Total: 200.

b. $P = \frac{120}{200} = 0{,}6$.

c. $P = \frac{50}{200} = 0{,}25$. Buscamos la casilla «chica y practica deporte».

d. Entre los 100 chicos, 70 practican deporte: $\frac{70}{100} = 0{,}7$. Ahora solo contamos entre los chicos.

Solución del ejercicio 18

a. $10^4 = 10\,000$ códigos. Cada cifra tiene 10 opciones y se pueden repetir.

b. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5\,040$ códigos. Al no repetir, cada cifra tiene una opción menos que la anterior.

c. $\frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$. Solo uno de los 10 000 códigos es el correcto.

d. Si empieza por 7: $1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ códigos de los $5\,040$, es decir, $\frac{504}{5\,040} = \frac{1}{10}$.

Solución del ejercicio 19

a. Múltiplos de 5: $5, 10, \ldots, 100$, es decir, 20. $P = \frac{20}{100} = 0{,}2$.

b. Múltiplos de 3: 33 (porque $3 \cdot 33 = 99$). $P = \frac{33}{100} = 0{,}33$.

c. Son los múltiplos de 15: $15, 30, \ldots, 90$, es decir, 6. $P = \frac{6}{100} = 0{,}06$. Un múltiplo de 5 y de 3 es un múltiplo de 15.

d. $0{,}2 + 0{,}33 - 0{,}06 = 0{,}47$. Son 47 números. Restamos la intersección para no contar dos veces los múltiplos de 15.

Solución del ejercicio 20

a. Hay $2^3 = 8$ resultados y los favorables son CCX, CXC y XCC: $\frac{3}{8}$.

b. Ningún 6: $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$. Al menos un 6: $1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$.

c. Casos: $(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$. $P = \frac{5}{36}$.

d. Sigue siendo $\frac{1}{2}$: los lanzamientos son independientes y la moneda no tiene memoria.