Soluciones del examen - Polinomios

Curso: 3 Eso · Duración: 50 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $2x^3 + x^2 + (-1+3)x + (4-1) = 2x^3 + x^2 + 2x + 3$. Sumamos los coeficientes de los términos semejantes; los términos sin pareja se copian igual. Resultado: $2x^3 + x^2 + 2x + 3$.

b. $2x^3 - x + 4 - x^2 - 3x + 1 = 2x^3 - x^2 - 4x + 5$. Al restar B cambiamos el signo de sus tres términos y luego agrupamos $-x - 3x = -4x$ y $4 + 1 = 5$. Resultado: $2x^3 - x^2 - 4x + 5$.

c. $2x^3 \cdot (x^2 + 3x - 1) = 2x^5 + 6x^4 - 2x^3$; $-x \cdot (\ldots) = -x^3 - 3x^2 + x$; $4 \cdot (\ldots) = 4x^2 + 12x - 4$. Sumando: $2x^5 + 6x^4 - 3x^3 + x^2 + 13x - 4$. Agrupamos los términos semejantes: $-2x^3 - x^3 = -3x^3$, $-3x^2 + 4x^2 = x^2$ y $x + 12x = 13x$. Comprobación con $x = 1$: $A(1) = 5$, $B(1) = 3$ y $5 \cdot 3 = 15 = 2 + 6 - 3 + 1 + 13 - 4$. (2 puntos: 1 por los productos parciales y 1 por la reducción.)

Solución del ejercicio 2 (3 puntos)

a. $(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$. Hemos aplicado el cuadrado de una diferencia con $a = 2x$ y $b = 3$; el error típico sería escribir $4x^2 + 9$ olvidando el doble producto. Resultado: $4x^2 - 12x + 9$.

b. Suma por diferencia: $x^2 - 25$. Los términos $-5x$ y $+5x$ se anulan al multiplicar $(x+5)(x-5) = x^2 - 5x + 5x - 25$. Resultado: $x^2 - 25$.

c. $(3x)^2 = 9x^2$, $4^2 = 16$ y $2 \cdot 3x \cdot 4 = 24x$: $(3x-4)^2$. Comprobamos desarrollando: $(3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$. Resultado: $9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2$.

Criterios de corrección: 1 punto por apartado; en a) se penaliza escribir $4x^2 + 9$ sin el doble producto $-12x$.

Solución del ejercicio 3 (4 puntos)

a. Coeficientes $1,\ -2,\ -5,\ 6$ con $a = 3$: 1; $-2 + 3 = 1$; $-5 + 3 = -2$; $6 - 6 = 0$. Cociente $x^2 + x - 2$ y resto 0. El cociente tiene grado 2, uno menos que el dividendo; el resto 0 indica que $x - 3$ es factor (2 puntos: 1 por la tabla, 1 por cociente y resto).

b. $P(2) = 8 - 8 - 10 + 6 = -4$. Es el resto de dividir entre $x - 2$; como no es cero, $x - 2$ no es factor. Por el teorema del resto, el valor numérico en 2 es el resto de la división entre $x - 2$.

c. $x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$. Entonces $P(x) = (x-3)(x+2)(x-1)$. Comprobación con $x = 0$: $P(0) = 6$ y $(-3) \cdot 2 \cdot (-1) = 6$. Respuesta: $P(x) = (x-3)(x+2)(x-1)$, con raíces 3, -2 y 1.

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. Factor común $6x^2$: $6x^2(2x-3)$. El MCD de 12 y 18 es 6 y la menor potencia de x es x^2. Comprobación: $6x^2 \cdot 2x = 12x^3$ y $6x^2 \cdot (-3) = -18x^2$. Resultado: $6x^2(2x-3)$.
b. Diferencia de cuadrados: $(x+9)(x-9)$. Porque $x^2 - 81 = x^2 - 9^2$, y una diferencia de cuadrados es suma por diferencia. Resultado: $(x+9)(x-9)$.
c. Cuadrado de una diferencia: $(x-4)^2$, porque $2 \cdot 4 = 8$ y $4^2 = 16$. El signo menos del término central indica que es el cuadrado de una diferencia; comprobación: $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$. Resultado: $(x-4)^2$.

Solución del ejercicio 5 (6 puntos)

a. $(x+8)(x+3) = x^2 + 3x + 8x + 24 = x^2 + 11x + 24$. Multiplicamos los dos lados de la plaza y reducimos $3x + 8x = 11x$. El área de la plaza es $x^2 + 11x + 24$ m^2.
b. $x(x+2) = x^2 + 2x$. El césped es un rectángulo de lados x y $x+2$. Su área es $x^2 + 2x$ m^2.
c. $x^2 + 11x + 24 - (x^2 + 2x) = 9x + 24$. El área pavimentada es la de la plaza menos la del césped; al restar, los términos en x^2 se anulan. Resultado: $9x + 24$ m^2.
d. $9 \cdot 12 + 24 = 132$ m^2 y $132 \cdot 15 = 1\,980$ €. Comprobación: la plaza mide $20 \cdot 15 = 300$ m^2 y el césped $12 \cdot 14 = 168$ m^2, y $300 - 168 = 132$. El coste es de $1\,980$ €.
e. $9x + 24 = 105$, $9x = 81$, $x = 9$. Planteamos la ecuación de primer grado y despejamos x. Comprobación: $9 \cdot 9 + 24 = 105$. Respuesta: $x = 9$.