Ejercicios - Polinomios

Curso: 3 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Grado y coeficientes

Para cada expresión indica el grado, el coeficiente principal, el término independiente y el número de términos.

a. $P(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 7$
b. $Q(x) = -x^4 + 5x^2 - 3$
c. $R(x) = 7$
d. ¿Cuál de los tres tiene mayor grado? ¿Y cuál es un polinomio constante?

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Valor numérico

Sea $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$. Sustituye la variable por cada valor y calcula con cuidado los signos.

a. $P(0)$
b. $P(1)$
c. $P(-1)$
d. $P(3)$

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Suma y resta de polinomios

Sean $A(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 5$ y $B(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 2$. Calcula escribiendo los polinomios ordenados y agrupando los términos semejantes.

a. $A(x) + B(x)$
b. $A(x) - B(x)$
c. $2A(x) - B(x)$

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Productos con monomios

Recuerda que al multiplicar potencias de la misma base se suman los exponentes y al dividirlas se restan.

a. $(3x^2) \cdot (-5x^4)$
b. $-2x\,(x^2 - 4x + 3)$
c. $4x^2(3x - 1) - x(2x^2 + 5)$
d. $(6x^5) : (2x^2)$

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Producto de polinomios

Multiplica cada término del primer polinomio por cada término del segundo y reduce los términos semejantes.

a. $(x + 4)(x - 6)$
b. $(2x - 3)(x^2 + x - 5)$
c. $(x^2 + x + 1)(x - 1)$
d. Comprueba el apartado b) dando a x el valor 2 en los dos miembros.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Regla de Ruffini

Divide aplicando la regla de Ruffini. Escribe los coeficientes con ceros en los términos que faltan e indica cociente y resto.

a. $(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x - 2)$
b. $(2x^3 - 3x^2 + x - 4) : (x - 1)$
c. $(x^4 - 16) : (x + 2)$

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Teorema del resto

Sea $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$. El teorema del resto dice que el resto de dividir entre $x - a$ es $P(a)$.

a. Calcula el resto de dividir $P(x)$ entre $x - 2$.
b. Calcula el resto de dividir entre $x + 1$ y entre $x - 3$.
c. ¿Qué indica que los tres restos sean cero? Factoriza $P(x)$.
d. Calcula el resto de dividir $P(x)$ entre $x - 1$.

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Identidades notables

Desarrolla con las identidades notables $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ y $(a + b)(a - b)$.

a. $(x + 7)^2$
b. $(3x - 2)^2$

c. $(2x+5)(2x-5)$
d. $(5-4x)^2$
e. Calcula mentalmente 98^2 escribiendo $98 = 100 - 2$.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Factor común e identidades

Factoriza cada polinomio. Primero busca un factor común y después una identidad notable.

a. $6x^3 - 9x^2 + 3x$
b. $x^2 - 64$
c. $x^2 + 10x + 25$
d. $4x^2 - 20x + 25$

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Buscar raíces enteras

Queremos factorizar $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Las raíces enteras, si existen, son divisores del término independiente.

a. Escribe los divisores de -6.
b. Comprueba que $x = 1$ es raíz.
c. Aplica Ruffini con $a = 1$ y escribe el cociente.
d. Factoriza el cociente y escribe $P(x)$ completamente factorizado.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – La parcela de Segovia

Un agricultor de Segovia tiene una parcela rectangular de lados $x + 8$ y $x - 2$ metros, donde x es un número mayor que 2.

a. Escribe el polinomio que da el área de la parcela.
b. Escribe el polinomio del perímetro.
c. Calcula área y perímetro para $x = 10$.
d. ¿Cuántos metros de alambre hacen falta si se cerca la parcela con dos vueltas?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – El paseo de la piscina

Una piscina rectangular de un polideportivo de Murcia mide $x + 6$ metros de largo y x de ancho. La rodea un paseo de baldosas de 1 m de anchura por todos los lados.

a. Escribe las dimensiones de la figura formada por la piscina y el paseo.

b. Escribe el polinomio del área total y el del área de la piscina.
c. Halla el polinomio del área del paseo.
d. Calcula esas áreas para $x = 10$.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Cajas de cartón

Una fábrica de embalajes de Zaragoza construye cajas sin tapa a partir de láminas cuadradas de 20 cm de lado. Se recorta un cuadrado de lado x en cada esquina y se doblan los lados.

a. Expresa las dimensiones de la base y la altura de la caja.
b. Escribe el volumen como un polinomio en x y di su grado.
c. Calcula el volumen para $x = 3$ y para $x = 5$.
d. ¿Puede ser $x = 10$? Razona la respuesta.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – El puesto del mercado

En un mercadillo de Valencia, un vendedor de artesanía comprueba que si vende cada pieza a x euros consigue vender $100 - 2x$ piezas. Cada pieza le cuesta 10 € de material.

a. Escribe el polinomio de ingresos $I(x) = x(100 - 2x)$ y el de costes $C(x) = 10(100 - 2x)$.
b. Halla el polinomio de beneficio $B(x) = I(x) - C(x)$.
c. Calcula $B(20)$ y comprueba el resultado con I y C.
d. Calcula $B(10)$ y $B(50)$. ¿Qué significan?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Ampliar el huerto

Un huerto escolar cuadrado tiene x metros de lado. El centro decide ampliarlo 3 m en una dirección y reducirlo 2 m en la otra para dejar sitio a un camino, de modo que queda un rectángulo.

a. Escribe los lados del nuevo rectángulo y su área como polinomio.
b. Calcula la diferencia entre el área nueva y la antigua.
c. Si $x = 15$, ¿cuánto vale cada área y cuánto ha cambiado?
d. ¿Para qué valores de x el huerto nuevo es mayor que el antiguo?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Baldosas alrededor de las macetas

En el patio de un colegio de Bilbao se pavimenta un cuadrado de $x + 4$ metros de lado. En el centro hay una zona cuadrada de macetas de x metros de lado que no se pavimenta.

a. Escribe el área del patio y el área de la zona de macetas desarrollando con una identidad notable.
b. Calcula el polinomio del área pavimentada.
c. Calcula esa área para $x = 6$ y comprueba restando.
d. Si el metro cuadrado de pavimento cuesta 25 €, ¿cuánto cuesta pavimentar con $x = 6$?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – El depósito prismático

El volumen de un depósito con forma de prisma recto viene dado por $V(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ (en m^3). Sus tres aristas se expresan con polinomios de primer grado.

a. Comprueba que $x = 2$ es raíz de $V(x)$.
b. Aplica Ruffini y factoriza completamente $V(x)$.
c. Escribe las tres aristas del depósito. ¿Qué condición debe cumplir x para que todas sean positivas?
d. Calcula el volumen para $x = 5$ de dos formas diferentes.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – La plaza de la ciudad

El proyecto de una plaza cuadrada de una ciudad andaluza indica que su área es $A(x) = x^2 - 14x + 49$ metros cuadrados. Junto a ella hay un jardín rectangular de área $J(x) = x^2 - 49$.

a. Factoriza $A(x)$ reconociendo una identidad notable. ¿Cuánto mide el lado de la plaza?
b. Factoriza $J(x)$. ¿Qué dimensiones puede tener el jardín?
c. Calcula el lado de la plaza y las dimensiones del jardín para $x = 19$.
d. Calcula las dos áreas con $x = 19$ y comprueba que coinciden con los polinomios.

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Un polinomio de grado cuatro

Sea $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Se trata de un polinomio sin términos de grado impar.

a. Calcula $P(1)$, $P(-1)$, $P(2)$ y $P(-2)$.
b. Escribe $P(x)$ como producto de dos factores usando $z = x^2$ (es decir, factoriza $z^2 - 5z + 4$).

c. Factoriza completamente $P(x)$ con diferencias de cuadrados.
d. Escribe las cuatro raíces y razona por qué coinciden con los resultados de a).

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: raíces y restos

Resuelve estos retos sobre divisibilidad de polinomios.

a. Halla k para que $x-2$ divida a x^3-kx+6.
b. Escribe un polinomio de grado 3 con raíces 1, -2 y 3 tal que $P(0)=12$.
c. Calcula, sin dividir, el resto de x^5+1 entre $x+1$.
d. Calcula, sin dividir, el resto de $x^{50}-2$ entre $x+1$.