Ejercicios - Números racionales y raíces

Curso: 3 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – ¿A qué conjunto pertenece?

Clasifica cada número indicando el conjunto más pequeño al que pertenece: naturales $\mathbb{N}$, enteros $\mathbb{Z}$, racionales $\mathbb{Q}$ o irracionales.

a. 7, -3 y $\sqrt{16}$
b. $\frac{2}{5}$, $1{,}25$ y $0{,}\overline{3}$
c. $\sqrt{2}$, π y $\sqrt{10}$
d. ¿Es racional $0{,}1010010001\ldots$ (con un cero más cada vez)? Razona.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Simplificar y comparar fracciones

Para comparar fracciones se reducen a común denominador o se pasan a decimales.

a. Simplifica $\frac{18}{24}$ y $\frac{45}{60}$. ¿Son equivalentes?
b. Compara $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{9}$.
c. Ordena de menor a mayor $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{10}$.
d. Escribe una fracción comprendida entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Suma y resta de fracciones

Reduce a común denominador (con el mínimo común múltiplo) y simplifica el resultado.

a. $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$
b. $\frac{5}{6}-\frac{1}{4}$
c. $\frac{3}{5}+\frac{7}{10}-\frac{1}{2}$

d. $2 - \frac{3}{8}$

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Producto y cociente

Multiplica numeradores entre sí y denominadores entre sí. Para dividir, multiplica por la fracción inversa.

a. $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4}$
b. $\frac{5}{6} : \frac{10}{9}$
c. $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{8}{15}$
d. $\frac{2}{5} : \left(-\frac{4}{3}\right)$

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Operaciones combinadas

Respeta la jerarquía: paréntesis, multiplicaciones y divisiones, sumas y restas.

a. $\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{6}{5}$
b. $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right)$

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Fracción generatriz

Para un decimal periódico puro: $x = 0{,}\overline{6}$, $10x = 6{,}\overline{6}$, y restando, $9x = 6$. Para uno mixto se multiplica de modo que las partes decimales coincidan.

a. $0{,}75$
b. $0{,}\overline{6}$
c. $1{,}\overline{2}$
d. $2{,}1\overline{6}$

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Raíces cuadradas

Calcula o acota cada raíz y simplifica sacando factores del radicando.

a. $\sqrt{49}$, $\sqrt{0{,}25}$ y $\sqrt{\dfrac{9}{16}}$
b. ¿Entre qué dos números enteros están $\sqrt{50}$ y $\sqrt{20}$?
c. Simplifica $\sqrt{12}$, $\sqrt{45}$ y $\sqrt{50}$.
d. Aproxima $\sqrt{50}$ con dos decimales.

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Aproximaciones y errores

El error absoluto es $|\text{valor exacto} - \text{aproximación}|$ y el error relativo es el error absoluto dividido entre el valor exacto.

a. Redondea $\pi = 3{,}14159\ldots$ a las centésimas y calcula el error absoluto aproximado.
b. Trunca y redondea $\sqrt{2} = 1{,}41421\ldots$ a las milésimas.
c. ¿Qué aproximación de $\dfrac{1}{3}$ es mejor: $0{,}33$ o $0{,}333$? Calcula los errores.
d. Calcula el error relativo (en %) de aproximar π por 3,14.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Notación científica

Un número en notación científica se escribe $a \cdot 10^n$ con $1 \le a$.

a. Escribe en notación científica: $45\,000\,000$ y $0{,}00032$.
b. Escribe con todas sus cifras: $6{,}02 \cdot 10^3$ y $5 \cdot 10^{-4}$.
c. Calcula $(3 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^3)$.
d. Calcula $(8 \cdot 10^6) : (2 \cdot 10^2)$.

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – La receta para más comensales

Una receta de tarta de manzana para 6 personas lleva $\dfrac{3}{4}$ kg de harina, $\dfrac{2}{3}$ L de leche y $\dfrac{1}{2}$ kg de azúcar. Un restaurante de Bilbao quiere preparar la tarta para 10 personas.

a. Calcula el factor por el que hay que multiplicar las cantidades.
b. Calcula la harina necesaria.
c. Calcula la leche necesaria.
d. Calcula el azúcar necesario y exprésalo también en gramos.

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Un día en la vida de Pablo

Pablo, un alumno de Tarragona, reparte las 24 horas del día así: $\frac{1}{3}$ durmiendo, $\frac{1}{4}$ en el instituto, $\frac{1}{6}$ en actividades de ocio y el resto en otras cosas.

a. ¿Qué fracción del día dedica a las otras cosas?
b. Calcula las horas de cada actividad.
c. ¿Qué fracción del día es el tiempo de sueño más el de ocio?
d. Comprueba que las horas suman 24.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – Dos grifos y una piscina

En un club deportivo de Alicante, un grifo llena una piscina infantil en 6 horas y otro la llena en 4 horas.

a. ¿Qué fracción de la piscina llena cada grifo en una hora?
b. ¿Qué fracción llenan los dos juntos en una hora?
c. ¿Cuánto tardan en llenarla abriendo los dos grifos?
d. Expresa ese tiempo en horas y minutos.

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – La luz del Sol

El Sol está a $1{,}5 \cdot 10^8$ km de la Tierra y la luz viaja a $3 \cdot 10^5$ km/s.

a. Escribe la distancia y la velocidad con todas sus cifras.
b. Calcula el tiempo que tarda la luz en llegar, en notación científica y en segundos.
c. Expresa ese tiempo en minutos y segundos.
d. Una nave que viaja a $3 \cdot 10^1$ km/s (30 km/s), ¿cuánto tardaría? Expresa el resultado en días aproximados.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Densidad de población

España tiene unos $4{,}8 \cdot 10^7$ habitantes y una superficie de $5{,}06 \cdot 10^5$ km^2. Una isla vecina tiene $2{,}4 \cdot 10^5$ habitantes en $8{,}0 \cdot 10^2$ km^2.

a. Escribe los datos de España con todas sus cifras.
b. Calcula la densidad de población de España (habitantes por km^2).
c. Calcula la densidad de la isla.
d. ¿Cuántas veces mayor es la densidad de la isla que la de España?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – El reparto de la herencia

Tres hermanos de Cuenca heredan 120 000 €. El mayor recibe $\frac{1}{2}$ de la herencia, el mediano $\frac{1}{3}$ y el pequeño el resto.

a. ¿Qué fracción recibe el pequeño?
b. Calcula cuánto dinero recibe cada hermano.
c. ¿Cuánto más recibe el mayor que el pequeño y qué fracción del total es esa diferencia?
d. Comprueba que se reparte toda la herencia.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El depósito de agua del colegio

Un depósito de 1 200 litros de un colegio de Cáceres se consume así: el lunes $\frac{1}{5}$ del total, el martes $\frac{1}{4}$ del total y el miércoles $\frac{1}{3}$ de lo que quedaba.

a. Calcula los litros consumidos el lunes y el martes.
b. ¿Cuántos litros quedaban el martes por la noche?
c. Calcula los litros consumidos el miércoles.
d. ¿Qué fracción del depósito queda al acabar el miércoles?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – El solar cuadrado

Un solar cuadrado de una urbanización de Alcalá de Henares tiene un área de 50 m^2.

a. Calcula el lado exacto y su valor aproximado con dos decimales.
b. Calcula el perímetro exacto y aproximado.
c. Calcula la diagonal del solar con el teorema de Pitágoras.
d. Si la valla cuesta 12 € el metro, calcula el coste aproximado de vallar el solar.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – El viaje a Santiago

Una familia viaja 160 km desde Ourense hasta Santiago de Compostela. En la primera parada ha recorrido $\frac{3}{8}$ del camino y en la segunda otro $\frac{1}{4}$ del camino total.

a. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido en la primera parada?
b. ¿Cuántos kilómetros recorre en el segundo tramo?

c. ¿Qué fracción del camino queda por recorrer y cuántos kilómetros son?
d. Si conduce a 80 km/h, ¿cuánto tiempo necesita para el último tramo?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – Células y glóbulos rojos

Una célula de la piel mide $2 \cdot 10^{-5}$ m y un glóbulo rojo mide $7 \cdot 10^{-6}$ m.

a. Escribe ambas longitudes en milímetros y en notación científica.
b. ¿Cuántas células colocadas en fila caben en 1 mm?
c. ¿Cuántos glóbulos rojos caben en 1 mm (en notación científica y aproximado)?
d. ¿Cuántas veces es mayor la célula que el glóbulo rojo?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: números reales

Aplica lo aprendido a estos retos.

a. Demuestra que $0{,}\overline{9} = 1$ con el método de la generatriz.
b. Escribe un número irracional comprendido entre 2 y 3 y justifica que lo es.
c. Calcula $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)$. ¿El resultado es racional?
d. ¿Es racional $\sqrt{\frac{4}{9}}$? Calcúlalo.