Soluciones - Inecuaciones

Curso: 3 Eso

Solución del ejercicio 1

a. $x > 3$: $(3, +\infty)$. $x \leq -2$: $(-\infty, -2]$. -1: $(-1, 4]$.
b. $[2, 5)$: $2 \leq x$. $(-\infty, 1)$: x. $[0, 6]$: $0 \leq x \leq 6$.
c. Sí pertenece a $(1, 4]$ porque el corchete incluye el 4. No pertenece a $(1, 4)$ porque el paréntesis lo excluye.
d. Se dibuja un círculo vacío en -1, un círculo lleno en 3 y se colorea el tramo entre ellos. Respuesta: el intervalo incluye el 3 pero no el -1.

Solución del ejercicio 2

a. $3 \cdot (-2) = -6$ y $7 \cdot (-2) = -14$. Como $-6 > -14$, la desigualdad cambia de sentido.
b. $x > 2 - 5$, es decir, $x > -3$. Restamos 5 en los dos miembros; la desigualdad no cambia. Solución: $(-3, +\infty)$.
c. Multiplicamos por -1 y cambiamos el sentido: x. Multiplicar por un número negativo invierte el sentido. Solución: $(-\infty, -4)$.
d. No: $(-2)^2 = 4$ y $1^2 = 1$, y 4 es falso. Elevar al cuadrado no conserva siempre la desigualdad. Respuesta: no es cierto en general.

Solución del ejercicio 3

a. $x > 5$; intervalo $(5, +\infty)$. Restamos 4 en los dos miembros; la desigualdad no cambia de sentido. Comprobación: $x = 6$ da $10 > 9$.
b. $x \leq 4$; intervalo $(-\infty, 4]$. Dividimos entre 3, que es positivo, así que el sentido se mantiene. El extremo 4 se incluye porque la desigualdad no es estricta.
c. Dividimos entre -2 y cambiamos el sentido: $x > -4$; intervalo $(-4, +\infty)$. Comprobación con $x = 0$: 0, que es cierto; con $x = -5$: 10, que es falso. Respuesta: $(-4, +\infty)$.
d. $x \geq -6$; intervalo $[-6, +\infty)$. Multiplicamos los dos miembros por 3, que es positivo. Comprobación: $x = -6$ da $-2 \geq -2$, cierto. Respuesta: $[-6, +\infty)$.

Solución del ejercicio 4

a. $2x > 12$, $x > 6$. Comprobación: $x = 7$ da $9 > 7$ (sí); $x = 5$ da $5 > 7$ (no). Solución: $(6, +\infty)$.
b. $-3x \geq -9$. Dividimos entre -3 y cambiamos el sentido: $x \leq 3$. Comprobación: $x = 0$ da $5 \geq -4$ (sí); $x = 4$ da $-7 \geq -4$ (no). Solución: $(-\infty, 3]$.

c. $4x-4$, $2x$, x. Comprobación: $x=4$ da 12 (sí); $x=6$ da 20 (no). Solución: $(-\infty,5)$.

Solución del ejercicio 5

a. Multiplicamos por 2: $x+2\leq 8$, $x\leq 6$. Como 2 es positivo, el sentido no cambia. Comprobación: $x=6$ da $3+1=4\leq 4$. Solución: $(-\infty,6]$.
b. Multiplicamos por 6: $2(x+1)>3(x-1)$, $2x+2>3x-3$, $5>x$, es decir, x. Pasamos $3x$ al primer miembro y los números al segundo: $-x>-5$, y al multiplicar por -1 cambia el sentido. Comprobación: $x=2$ da $1>0{,}5$. Solución: $(-\infty,5)$.
c. Multiplicamos por 3: $2x-1\geq 3$, $2x\geq 4$, $x\geq 2$. Comprobación: $x=2$ da $\frac{3}{3}=1\geq 1$. Solución: $[2,+\infty)$.

Solución del ejercicio 6

a. $3x>12$, $x>4$. El menor entero es 5 (el 4 no sirve porque $x>4$ es estricto).
b. $2x$, x. El mayor entero es 5. Al dividir entre 2 el sentido no cambia.
c. Deben ser $x>4$ y x: solo $x=5$. Un entero.
d. Círculo vacío en 4 y tramo coloreado hacia la derecha. El 4 no pertenece a la solución porque la desigualdad es estricta.

Solución del ejercicio 7

a. $x>-1$ y $x\leq 4$. Solución: $(-1,4]$.
b. $x\geq 2$ y x. Solución: $[2,3)$.
c. No hay números mayores que 5 y menores que 2 a la vez: no tiene solución.
d. Los enteros de $(-1,4]$ son 0, 1, 2, 3 y 4. Respuesta: cinco enteros, del 0 al 4.

Solución del ejercicio 8

a. $2x-3$, $2x$, x. Respuesta: la cumplen los números menores que 7, el intervalo $(-\infty,7)$.
b. $\frac{x}{2}+4\geq 10$, $\frac{x}{2}\geq 6$, $x\geq 12$. Restamos 4 y multiplicamos por 2. Respuesta: la cumplen los números mayores o iguales que 12, $[12,+\infty)$.
c. «No supera» significa «menor o igual»: $3x\leq 24$, $x\leq 8$. Dividimos entre 3. Respuesta: la cumplen los números menores o iguales que 8, $(-\infty,8]$.
d. $x+5>3x$, $5>2x$, x. Pasamos x al segundo miembro y dividimos entre 2. Respuesta: la cumplen los números menores que 2,5.

Solución del ejercicio 9

a. $18 + 4{,}5x \leq 60$. El gasto total es la tarta más 4,50 € por invitado, y no puede pasar de 60 €.
b. $4{,}5x \leq 42$, $x \leq \dfrac{42}{4{,}5} \approx 9{,}33$. Restamos 18 y dividimos entre 4,5, que es positivo.
c. Como x es un número entero, como máximo 9 invitados. No se puede redondear a 10, porque costaría 63 €.
d. Con 9 invitados gasta $18 + 4{,}5 \cdot 9 = 58{,}50$ €. Sobran $60 - 58{,}50 = 1{,}50$ €. Respuesta: puede invitar a 9 personas y le sobran 1,50 €.

Solución del ejercicio 10

a. $25 + 8x \geq 89{,}9$.
b. $8x \geq 64{,}9$, $x \geq 8{,}11\ldots$
c. Como las semanas son enteras, 9 semanas (con 8 semanas solo tiene $25 + 64 = 89$ €, que no alcanza).
d. A las 9 semanas tiene $25 + 72 = 97$ €. Sobran $97 - 89{,}90 = 7{,}10$ €. Respuesta: espera 9 semanas y le sobran 7,10 €.

Solución del ejercicio 11

a. $3 + 1{,}2x \leq 30$. El precio total es la bajada de bandera más 1,20 € por kilómetro, y no puede superar 30 €.
b. $1{,}2x \leq 27$, $x \leq 22{,}5$. Restamos 3 y dividimos entre 1,2.
c. Como máximo 22 km enteros (o 22,5 km si se admiten decimales). Con 23 km pagaría $3 + 27{,}6 = 30{,}60$ €, que supera los 30 €.
d. $3 + 1{,}2 \cdot 22 = 29{,}40$ €. Respuesta: recorre como máximo 22 km y paga 29,40 €.

Solución del ejercicio 12

a. $\dfrac{4 + 5{,}5 + 3{,}5 + x}{4} \geq 5$. La media es la suma de las cuatro notas dividida entre 4.
b. $13 + x \geq 20$, $x \geq 7$. Multiplicamos por 4, que es positivo, y restamos 13.
c. Necesita al menos un 7. Respuesta: Elena necesita al menos un 7 en el último examen.
d. $\dfrac{4 + 5{,}5 + 3{,}5 + 7}{4} = \dfrac{20}{4} = 5$. Justo el 5 necesario. Con cualquier nota mayor que 7 la media supera el 5.

Solución del ejercicio 13

a. $75x + 120 \leq 450$. El peso total son las cajas más 75 kg por persona, y no puede superar 450 kg.
b. $75x \leq 330$, $x \leq 4{,}4$. Restamos 120 y dividimos entre 75.
c. Como máximo 4 personas ($75 \cdot 4 + 120 = 420$ kg). Con 5 se pasaría: 495 kg.
d. Sin cajas: $75x \leq 450$, $x \leq 6$. Caben 6 personas. Respuesta: con las cajas suben 4 personas; sin cajas, 6.

Solución del ejercicio 14

a. $A(x) = 10 + 0{,}05x$ y $B(x) = 0{,}12x$. La tarifa A tiene una parte fija y otra que crece con los minutos.
b. $10 + 0{,}05x$. Queremos saber cuándo la tarifa A es más barata que la B.
c. 10, $x > \dfrac{10}{0{,}07} \approx 142{,}86$. La tarifa A es más barata a partir de 143 minutos. Restamos $0{,}05x$ en los dos miembros y dividimos entre 0,07, que es positivo.
d. 100 min: A $= 15$ € y B $= 12$ €, conviene B. 300 min: A $= 25$ € y B $= 36$ €, conviene A. Respuesta: con 100 minutos conviene B y con 300 minutos conviene A.

Solución del ejercicio 15

a. Largo $x + 8$. Perímetro $= 2x + 2(x + 8) = 4x + 16$. El perímetro es la suma de los cuatro lados.
b. $4x + 16 \leq 60$, $4x \leq 44$, $x \leq 11$. Restamos 16 y dividimos entre 4.
c. Ancho máximo 11 m y largo $11 + 8 = 19$ m.
d. Área $= 11 \cdot 19 = 209$ m^2. Respuesta: el mayor corral mide 11 m por 19 m y tiene 209 m^2.

Solución del ejercicio 16

a. A: $200 + 15x$. B: $25x$. El restaurante A suma el local y 15 € por persona.
b. $25x$, $10x$, x. Restamos $15x$ en los dos miembros y dividimos entre 10.
c. B es más barato si van menos de 20 personas; con 20 cuestan lo mismo (500 €) y con más de 20 conviene A.
d. A: $200 + 450 = 650$ €. B: 750 €. Conviene A. Respuesta: para 30 personas el restaurante A es 100 € más barato.

Solución del ejercicio 17

a. $100 \leq 12x \leq 150$. El gasto es 12 € por camiseta y debe estar entre 100 € y 150 €.
b. Dividimos entre 12: $8{,}33\ldots \leq x \leq 12{,}5$. Dividimos los tres miembros entre 12, que es positivo.

c. Puede comprar 9, 10, 11 o 12 camisetas. Son los enteros entre 8,33 y 12,5.
d. Mínimo: $9 \cdot 12 = 108$ €. Máximo: $12 \cdot 12 = 144$ €. Respuesta: gasta entre 108 € y 144 €.

Solución del ejercicio 18

a. $12 + 3t > 24$, $3t > 12$, $t > 4$: después de las 12:00. Respuesta: a partir de las 12:00.
b. $12 + 3t$, $3t$, t: antes de las 14:00. Respuesta: hasta las 14:00.
c. 4. Restamos 12 en los tres miembros y dividimos entre 3.
d. Entre las 12:00 y las 14:00 (sin incluir los extremos). Respuesta: entre las 12:00 y las 14:00.

Solución del ejercicio 19

a. $5 + 8 > x$; $5 + x > 8$; $8 + x > 5$. Escribimos que cada lado es menor que la suma de los otros dos.
b. x; $x > 3$; $x > -3$. Solución conjunta: 3, es decir, $(3, 13)$. La tercera desigualdad se cumple siempre que se cumple la segunda, porque una longitud es positiva.
c. 3 cm: no (extremo excluido). 4 cm: sí. 12 cm: sí. 13 cm: no (extremo excluido).
d. Los enteros de $(3, 13)$ son 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12: hay 9 triángulos. Respuesta: hay 9 triángulos con el tercer lado entero.

Solución del ejercicio 20

a. $3x + 3 - 2x + 8 > 20$, $x + 11 > 20$, $x > 9$. Comprobación con $x = 10$: $33 - 12 = 21 > 20$. Solución: $(9, +\infty)$.
b. Restamos 1: -4. Dividimos entre 2: -2. Intervalo $(-2, 4]$.
c. $ac = -6$ y $bc = -15$. Como $-6 > -15$, se cumple $ac > bc$: la desigualdad cambia de sentido.
d. Restando x: $1 > 3$, que es falso. Ningún número lo cumple: la inecuación no tiene solución.