Ejercicios - Congruencia, semejanza y Pitágoras

Curso: 3 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Criterios de congruencia

Dos triángulos son congruentes si se pueden superponer. Basta que cumplan un criterio: LLL (tres lados), LAL (dos lados y el ángulo comprendido) o ALA (dos ángulos y el lado comprendido).

a. Un triángulo tiene lados 5 cm y 7 cm con un ángulo de 40° entre ellos, y otro tiene los mismos datos. ¿Qué criterio aplicas?
b. Dos triángulos tienen lados 3, 4 y 5 cm. ¿Son congruentes? ¿Por qué criterio?
c. Dos triángulos tienen ángulos de 50° y 60° y un lado de 8 cm comprendido entre ellos. ¿Son congruentes?
d. Dos triángulos tienen los mismos tres ángulos. ¿Son necesariamente congruentes? Pon un ejemplo.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Triángulos semejantes

Dos triángulos son semejantes si tienen los ángulos iguales y los lados proporcionales. La razón de semejanza es k; los perímetros están en razón k y las áreas en razón k^2.

a. Los triángulos de lados 3, 4, 5 y 6, 8, 10 son semejantes. Calcula la razón de semejanza.
b. Calcula los perímetros de ambos y compara.
c. Calcula las áreas (son rectángulos de catetos 3 y 4, y 6 y 8) y compáralas.
d. ¿Cuántas veces mayor es el área? Relaciónalo con k^2.

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Lados de un triángulo semejante

Un triángulo tiene lados de 6, 9 y 12 cm. Otro triángulo semejante tiene el lado menor de 4 cm.

a. Calcula la razón de semejanza del segundo respecto del primero.
b. Calcula los otros dos lados del segundo triángulo.
c. Calcula el perímetro de cada uno.
d. Calcula la razón entre las áreas.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Teorema de Tales

Si dos rectas se cortan por rectas paralelas, los segmentos correspondientes son proporcionales.

a. Calcula x si $\frac{4}{6} = \frac{x}{9}$.
b. Calcula x si $\frac{5}{x} = \frac{10}{14}$.
c. En un triángulo ABC se traza DE paralela a BC con $AD = 3$, $DB = 2$ y $AE = 4{,}5$. Calcula EC.
d. Comprueba el apartado c) con la proporción $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Tales con tres paralelas

Tres rectas paralelas cortan a dos transversales. En una transversal determinan segmentos de 3 cm y 5 cm; en la otra, el primer segmento mide 6 cm.

a. Escribe la proporción entre los segmentos.
b. Calcula el segundo segmento de la otra transversal.
c. Calcula la longitud total de cada transversal entre la primera y la última paralela.
d. ¿Cuál es la razón entre las dos transversales?

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Escalas

Escala $1 : E$ significa que 1 cm del dibujo son E cm de la realidad.

a. Un mapa está a escala $1 : 50\,000$. ¿Cuántos kilómetros reales son 4 cm del mapa?
b. ¿Cuántos centímetros del mapa son 15 km reales?
c. Un plano está a escala $1 : 200$. Una sala mide en el plano 5 cm por 3 cm. ¿Cuáles son sus dimensiones reales?
d. Calcula el área real de la sala.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Teorema de Pitágoras

En un triángulo rectángulo, $a^2 = b^2 + c^2$, donde a es la hipotenusa y b, c son los catetos.

a. Calcula la hipotenusa con catetos 6 y 8.
b. Calcula el otro cateto si la hipotenusa mide 13 y un cateto 5.

c. Calcula la hipotenusa con catetos 1 y 1.
d. ¿Es rectángulo un triángulo de lados 7, 24 y 25?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Aplicaciones de Pitágoras

Usa el teorema de Pitágoras con las figuras.

a. Calcula la diagonal de un rectángulo de 9 cm por 12 cm.
b. Un triángulo isósceles tiene lados 10, 10 y 12 cm. Calcula su altura (sobre el lado desigual).
c. Calcula el área de ese triángulo.
d. Calcula la diagonal de un cuadrado de lado 5 cm.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Distancia entre dos puntos

La distancia entre $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

a. $A(1, 2)$ y $B(4, 6)$
b. $C(-2, 1)$ y $D(3, 13)$
c. $E(0, 0)$ y $F(5, 5)$
d. ¿Qué relación hay entre estos cálculos y el teorema de Pitágoras?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – La escalera

Una escalera de 5 m se apoya en una pared de un edificio de Burgos. El pie de la escalera está a 3 m de la pared.

a. Dibuja el triángulo rectángulo y di cuál es la hipotenusa.
b. Calcula a qué altura llega la escalera.
c. Si el pie se aleja 1 m más, ¿a qué altura llega ahora? (aproximado)
d. ¿Cuánto baja la parte alta de la escalera?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – La altura de la torre

Un poste vertical de 2 m proyecta una sombra de 3 m a la misma hora en que la torre de una iglesia de Zamora proyecta una sombra de 45 m.

a. Explica por qué los triángulos formados son semejantes.
b. Calcula la altura de la torre.
c. Calcula la razón de semejanza.

d. Si la sombra de la torre midiera 60 m a otra hora, ¿qué sombra proyectaría el poste?

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – La pantalla del televisor

Una pantalla rectangular mide 64 cm de ancho y 48 cm de alto. Las pantallas se miden por su diagonal.

a. Calcula la diagonal en centímetros.
b. Exprésala en pulgadas (1 pulgada = 2,54 cm).
c. Calcula el área de la pantalla.
d. Una pantalla semejante con diagonal doble, ¿cuántas veces mayor es su área?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – El ancho del río

Para medir el ancho de un río, un grupo de excursionistas coloca estacas: una en la orilla, otra a 12 m, y mide desde esa estaca una línea de 8 m paralela a la orilla hasta alinear con un árbol de la otra orilla; la distancia total a lo largo es de 30 m.

a. Dibuja un esquema con dos triángulos semejantes.
b. Escribe la proporción de Tales.
c. Calcula el ancho del río.
d. ¿Qué error cometerían si las rectas no fueran paralelas?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – La rampa

Una rampa para sillas de ruedas en un edificio de Sevilla mide 6 m de longitud y sube 1,2 m de altura.

a. Calcula la distancia horizontal que ocupa la rampa.
b. Calcula la pendiente en porcentaje (altura entre distancia horizontal).
c. La normativa pide pendientes menores del 10 %. ¿Cumple la rampa?
d. ¿Qué longitud mínima de rampa se necesita para salvar 1,2 m con pendiente del 8 % (distancia horizontal)?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – El campo de fútbol

Un campo de fútbol de un estadio mide 105 m de largo por 68 m de ancho. Un jugador va de una esquina a la esquina opuesta.

a. Calcula la longitud de la diagonal del campo.

b. ¿Cuántos metros ahorra yendo por la diagonal en vez de bordear dos lados?
c. Si corre a 5 m/s, ¿cuánto tarda por la diagonal?
d. ¿Qué fracción del recorrido por los lados representa la diagonal?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El mapa de España

Un mapa de España está a escala $1 : 1\,500\,000$.

a. ¿Cuántos kilómetros reales son 4,2 cm del mapa?
b. ¿A cuántos centímetros del mapa están dos ciudades situadas a 300 km?
c. ¿Cuántos kilómetros cuadrados reales representa 1 cm^2 del mapa?
d. Una provincia ocupa 18 cm^2 en el mapa. Calcula su área real.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – La altura del árbol con un espejo

Una alumna de 1,60 m de estatura coloca un espejo en el suelo a 10 m del tronco de un árbol, y se aleja del espejo hasta ver en él la copa del árbol: está a 2 m del espejo.

a. Explica por qué los triángulos son semejantes (el ángulo de reflexión es igual al de incidencia).
b. Escribe la proporción.
c. Calcula la altura del árbol.
d. Si el árbol midiera 12 m, ¿a qué distancia del espejo debería colocarse la alumna?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – El tejado de la casa

El tejado de una casa de pueblo de Soria tiene dos vertientes rectangulares iguales. La casa mide 8 m de ancho y la cumbrera está 3 m por encima de las paredes; la casa tiene 10 m de largo.

a. Dibuja la sección y calcula la longitud de cada vertiente (hipotenusa del triángulo de base 4 m y altura 3 m).
b. Calcula el área de una vertiente y del tejado completo.
c. Si se necesitan 25 tejas por metro cuadrado, ¿cuántas tejas hacen falta?
d. Calcula el área del triángulo del frontón (base 8 m, altura 3 m).

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – El plano del jardín

Un plano está a escala $1 : 100$. El jardín de un chalet de Santander tiene en el plano forma de triángulo rectángulo de catetos 3 cm y 4 cm.

a. Calcula los catetos reales y la hipotenusa real.
b. Calcula el perímetro real.
c. Calcula el área en el plano y el área real.
d. Si el césped cuesta 6 € el metro cuadrado, ¿cuánto cuesta cubrir el jardín?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: geometría

Resuelve estos retos.

a. Si $m > n$, los números $m^2 - n^2$, $2mn$ y $m^2 + n^2$ forman una terna pitagórica. Calcúlala con $m = 3$ y $n = 2$.
b. Calcula la altura y el área de un triángulo equilátero de lado 6 cm.
c. Dos figuras semejantes tienen áreas 18 y 50 cm^2. Calcula la razón de semejanza.
d. ¿Es rectángulo el triángulo de lados 9, 12 y 15?