Soluciones del examen - Geometría en el espacio

Curso: 3 Eso · Duración: 50 minutos · /20

Solución del ejercicio 1 (4 puntos)

a. $V = 6 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ cm^3. Multiplicamos las tres dimensiones. Respuesta: 120 cm^3.
b. $A = 2(6 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 4 \cdot 5) = 2(24 + 30 + 20) = 148$ cm^2. Sumamos las áreas de las tres caras distintas y multiplicamos por 2, porque cada cara aparece dos veces. Respuesta: 148 cm^2.
c. $D = \sqrt{36 + 16 + 25} = \sqrt{77} \approx 8{,}77$ cm. Aplicamos $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, que es el teorema de Pitágoras en el espacio. Respuesta: unos 8,77 cm.

Criterios de corrección: el volumen vale 1 punto con unidades cúbicas. El área vale 1,5 puntos: 0,5 por cada pareja de caras de 24, 30 y 20 cm^2. La diagonal vale 1,5 puntos si se escribe $\sqrt{77}$ y se aproxima a 8,77 cm.

Solución del ejercicio 2 (4 puntos)

a. $V = \pi \cdot 16 \cdot 9 = 144\pi \approx 452{,}39$ cm^3. Área de la base, $\pi \cdot 4^2 = 16\pi$ cm^2, por la altura de 9 cm. Respuesta: unos 452,39 cm^3.
b. $A_T = 2\pi \cdot 4 \cdot (4 + 9) = 104\pi \approx 326{,}73$ cm^2. Sumamos el área lateral, $2\pi \cdot 4 \cdot 9 = 72\pi$, y las dos bases, $2 \cdot 16\pi = 32\pi$. Respuesta: $104\pi \approx 326{,}73$ cm^2.

Criterios de corrección: el volumen vale 2 puntos (1 por el área de la base 16π y 1 por multiplicar por 9 cm). El área total vale 2 puntos: 1 por el área lateral 72π y 1 por las dos bases 32π; comprobación: $72\pi + 32\pi = 104\pi$. Se acepta dar el resultado exacto con π o aproximado.

Solución del ejercicio 3 (3 puntos)

a. $g = \sqrt{36 + 64} = 10$ cm. El radio, la altura y la generatriz forman un triángulo rectángulo. Respuesta: la generatriz mide 10 cm.
b. $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 36 \cdot 8 = 96\pi \approx 301{,}59$ cm^3. Un tercio del área de la base, 36π, por la altura, 8 cm. Respuesta: unos 301,59 cm^3.
c. $A_L = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi \approx 188{,}50$ cm^2. En el área lateral se usa la generatriz. Respuesta: unos 188,50 cm^2.

Criterios de corrección: la generatriz vale 1 punto, con la terna 6, 8, 10. El volumen vale 1 punto y exige el factor $\frac{1}{3}$. El área lateral vale 1 punto si usa la generatriz 10 y

no la altura 8.

Solución del ejercicio 4 (3 puntos)

a. $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 125 = \frac{500\pi}{3} \approx 523{,}60$ cm^3. Calculamos $5^3 = 125$ y multiplicamos por $\frac{4}{3}\pi$. Respuesta: unos 523,60 cm^3.

b. $A = 4\pi \cdot 25 = 100\pi \approx 314{,}16$ cm^2. Calculamos $5^2 = 25$ y multiplicamos por 4π. Respuesta: unos 314,16 cm^2.

Criterios de corrección: cada apartado vale 1,5 puntos. En el volumen se dan 0,5 puntos por $5^3 = 125$, 0,5 por el factor $\frac{4}{3}\pi$ y 0,5 por el resultado $\frac{500\pi}{3}$ cm^3. En la superficie, 0,5 por $5^2 = 25$, 0,5 por multiplicar por 4π y 0,5 por las unidades cuadradas. Comprobación: la superficie de una esfera es igual al área lateral del cilindro que la envuelve, $2\pi \cdot 5 \cdot 10 = 100\pi$.

Solución del ejercicio 5 (6 puntos)

a. $V = \pi \cdot 2{,}25 \cdot 4 = 9\pi \approx 28{,}27$ m^3. Con $r^2 = 2{,}25$ y $h = 4$.

b. $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 3{,}375 = 2{,}25\pi \approx 7{,}07$ m^3. Con $r^3 = 3{,}375$ y la mitad de la esfera.

c. Total: $11{,}25\pi \approx 35{,}34$ m$^3 \approx 35\,343$ L. Sumamos los dos volúmenes y pasamos a litros.

d. Lateral: $2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 4 = 12\pi$. Semiesfera: $2\pi \cdot 2{,}25 = 4{,}5\pi$. Total $16{,}5\pi \approx 51{,}84$ m^2. La base del cilindro no se pinta.

e. $\frac{51{,}84}{8} \approx 6{,}48$: hay que comprar 7 litros. Redondeamos siempre hacia arriba, porque 6 litros no bastan.

Criterios de corrección: la capacidad en litros se obtiene multiplicando 35,34 m^3 por 1 000; en el último apartado se pierde la puntuación si se compran 6 litros.