Ejercicios - Funciones lineales y cuadráticas

Curso: 3 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – ¿Es una función?

Una relación es una función si a cada valor de x le corresponde un único valor de y. Estudia estos casos.

a. Tabla: x = 1, 2, 3, 4 e y = 3, 5, 7, 9. ¿Es función? Escribe la fórmula.
b. Pares: $(0,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$, $(2,5)$. ¿Es función?
c. La relación $y = x^2$ para $x = -2, -1, 0, 1, 2$: escribe los pares y di si es función.
d. Una circunferencia dibujada en unos ejes, ¿es la gráfica de una función? Razona con una recta vertical.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Valores de una función

Sea la función $f(x) = -2x + 5$.

a. Calcula $f(0)$, $f(3)$ y $f(-1)$.
b. ¿Para qué valor de x se cumple $f(x) = 11$?
c. ¿Para qué valor de x se cumple $f(x) = 0$?
d. ¿Pertenece el punto $(4, -3)$ a la gráfica?

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Pendiente y ordenada en el origen

Indica la pendiente m y la ordenada en el origen n de cada recta y si la función es creciente, decreciente o constante.

a. $y = 3x - 2$
b. $y = -\dfrac{x}{2} + 4$
c. $y = 5$
d. $y = -4x$

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Ecuación de una recta

Halla la ecuación $y = mx + n$ de la recta que pasa por los puntos dados.

a. $A(1, 3)$ y $B(3, 7)$
b. $C(-2, 5)$ y $D(2, -3)$
c. $E(0, 4)$ y $F(6, 1)$
d. $G(2, 5)$ y $H(2, 9)$ (explica qué ocurre).

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Cortes con los ejes y tabla

Se quiere representar la recta $y = 2x - 4$.

x	-1	0	2	4
y	?	?	?	?

a. Completa una tabla de valores con $x = -1, 0, 2, 4$.
b. Calcula los cortes con los ejes.
c. Dibuja la recta usando los dos cortes.
d. ¿Pasa por el punto $(7, 10)$?

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Rectas paralelas y puntos de corte

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente. Su punto de corte se obtiene igualando las expresiones.

a. Halla la paralela a $y = 3x - 1$ que pasa por $(1, 5)$.
b. Halla el punto de corte de $y = x + 3$ e $y = -2x + 9$.
c. ¿Son paralelas $y = 2x + 1$ e $y = 2x - 5$? ¿Se cortan?
d. Comprueba el apartado b) sustituyendo en las dos rectas.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Parábola: tabla y vértice

Estudia la función cuadrática $y = x^2 - 4x + 3$. Recuerda que la abscisa del vértice es $x_v = -\dfrac{b}{2a}$.

x	-1	0	1	2	3	4
y	?	?	?	?	?	?

a. Calcula el vértice.
b. Calcula los cortes con los ejes.
c. Completa la tabla para $x = -1, 0, 1, 2, 3, 4$ y dibuja la parábola.
d. ¿Es un mínimo o un máximo? ¿Cuál es el eje de simetría?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Parábola con ramas hacia abajo

Sea $y = -x^2 + 6x - 5$.

a. Calcula el vértice.
b. Halla los cortes con el eje X.
c. Calcula el corte con el eje Y.
d. ¿Es máximo o mínimo? ¿Cuánto vale?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – El camino al instituto

Ana va andando al instituto de su pueblo. Se anota el tiempo (min) y la distancia recorrida (m) en una tabla.

Tiempo (min)	0	5	10	15	20	25
Distancia (m)	0	400	800	800	800	1 200

a. Dibuja la gráfica uniendo los puntos con segmentos.
b. ¿A qué velocidad camina durante los primeros 10 minutos?
c. ¿Cuánto tiempo está parada y por qué crees que ocurre?
d. ¿Cuál es la distancia total hasta el instituto y la velocidad media de todo el trayecto?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Tarifas de móvil

La tarifa A de una compañía de móvil cobra 6 € de cuota fija más 0,04 € por minuto de llamada. La tarifa B no tiene cuota fija y cobra 0,10 € por minuto.

a. Escribe las funciones $A(x)$ y $B(x)$ del coste mensual en función de los minutos x.
b. Calcula el coste de la tarifa A con 150 minutos y cuántos minutos se pueden usar con 14 €.
c. ¿Para cuántos minutos cuestan lo mismo las dos tarifas?
d. ¿Qué tarifa conviene a alguien que habla 60 minutos al mes? ¿Y a quien habla 300?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Alquiler de bicicletas

En un parque de Valencia se alquilan bicicletas con dos opciones: la opción A cuesta 4 € de fianza más 1,50 € por hora; la opción B cuesta 2,50 € por hora sin fianza.

a. Escribe $A(h)$ y $B(h)$.

b. Calcula el coste de ambas opciones para 2 horas.
c. ¿Cuándo cuestan lo mismo?
d. Dibuja las dos rectas en los mismos ejes y explica qué opción conviene según el tiempo.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – El depósito de gasolina

Un coche sale de una gasolinera de Albacete con el depósito lleno, 48 litros, y consume 6 litros cada 100 km.

a. Escribe la función $V(x)$ que da los litros que quedan tras recorrer x km.
b. ¿Cuántos litros quedan tras 400 km?
c. ¿Cuántos kilómetros puede recorrer antes de entrar en reserva (6 litros)?
d. ¿Cuál es la autonomía total del coche?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – La temperatura en la montaña

En una excursión a la sierra, la temperatura baja de forma lineal con la altitud. A nivel del mar hay 19,5 °C y por cada kilómetro de altitud baja 6,5 °C.

a. Escribe la función $T(h)$ de la temperatura en función de la altitud h (en km).
b. Calcula la temperatura a 2 km de altitud.
c. ¿A qué altitud la temperatura es de 0 °C?
d. Interpreta la pendiente y la ordenada en el origen.

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – El cercado del huerto

Un hortelano de Ciudad Real dispone de 40 m de valla para cercar un huerto rectangular. Si un lado mide x metros, el otro mide $20 - x$ metros.

a. Escribe la función del área $A(x)$ y comprueba que es cuadrática.
b. Calcula el área para $x = 5$ y para $x = 15$.
c. Calcula el vértice. ¿Qué dimensiones dan el área máxima?
d. ¿Para qué valores de x el área es 96 m^2?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – La entrada de la fiesta

El grupo de teatro de un instituto de Burgos organiza una función. Si la entrada cuesta p euros, asisten $200 - 4p$ personas.

a. Escribe la función de ingresos $I(p) = p(200 - 4p)$ desarrollada.

b. Calcula los ingresos para $p = 10$ €.
c. ¿Qué precio da los ingresos máximos? ¿Cuántas personas asisten y cuánto se recauda?
d. ¿Para qué precios se recaudan 1 600 €?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – El arco del puente

El arco de un puente sobre un río tiene forma de parábola. Con x la distancia horizontal desde un extremo (en m) y h la altura (en m), el arco es $h(x) = -0{,}05x^2 + 2x$.

a. ¿Cuánto mide el puente de un extremo a otro (los puntos con $h = 0$)?
b. Calcula la altura máxima del arco.
c. Calcula la altura a 10 m del extremo.
d. Un barco de 16 m de altura y 20 m de anchura, centrado bajo el arco, ¿puede pasar?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – La fábrica de camisetas

Un taller de Elche fabrica camisetas con unos costes fijos de 200 € al mes y 4 € de material por camiseta. Cada camiseta se vende a 9 €.

a. Escribe las funciones de costes $C(x)$ e ingresos $I(x)$.
b. Halla la función de beneficio $B(x) = I(x) - C(x)$.
c. ¿Cuántas camisetas hay que vender para no tener pérdidas?
d. Calcula el beneficio con 100 camisetas y cuántas hacen falta para ganar 500 €.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Dos depósitos

Un depósito contiene 500 litros y se vacía a razón de 20 litros por minuto. Otro depósito contiene 100 litros y se llena a razón de 30 litros por minuto.

a. Escribe las funciones $V_1(t)$ y $V_2(t)$.
b. ¿Cuándo tienen la misma cantidad de agua y cuál es esa cantidad?
c. ¿Cuándo se vacía el primero?
d. Representa las dos rectas e interpreta el punto de corte.

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – El saque de portería

El balón que saca un portero en un partido de fútbol describe una parábola. La altura h

(en m) a la distancia horizontal x (en m) es $h(x) = -0{,}02x^2 + x$.

a. ¿A qué distancia cae el balón al suelo?
b. ¿Cuál es la altura máxima y a qué distancia se alcanza?
c. ¿A qué distancias está el balón a 8 m de altura?
d. Un defensa de 2 m de altura está a 40 m de la portería. ¿Puede cabecear el balón?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: rectas y parábolas

Aplica lo aprendido a estos retos.

a. La parábola $y = x^2 + bx + c$ pasa por $(0, 3)$ y por $(1, 0)$. Calcula b y c.
b. Halla los puntos de corte de esa parábola con la recta $y = -x + 3$.
c. ¿Qué valor de k hace que $y = x^2 + 4x + k$ toque al eje X en un solo punto?
d. Calcula el área del triángulo que forma la recta $y = -2x + 6$ con los ejes de coordenadas.