Soluciones - Estadística

Curso: 3 Eso

Solución del ejercicio 1

a. Color de ojos: cualitativa. Número de hermanos: cuantitativa discreta (toma valores enteros). Estatura: cuantitativa continua. Tiempo de estudio: cuantitativa continua.
b. Población: los 800 alumnos del instituto. Muestra: los 120 alumnos elegidos. Tamaño de la población $N = 800$ y de la muestra $n = 120$.
c. No: los jugadores de baloncesto son más altos y más deportistas que la media. Una muestra es representativa cuando se elige al azar y refleja a toda la población.

Solución del ejercicio 2

a. Frecuencias f_i: 0 hermanos 3; 1 hermano 8; 2 hermanos 6; 3 hermanos 2; 4 hermanos 1 (suman 20). Relativas h_i: 0,15; 0,40; 0,30; 0,10; 0,05. Acumuladas F_i: 3, 11, 17, 19, 20.
b. Media $= \dfrac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1}{20} = \dfrac{30}{20} = 1{,}5$. Moda: 1 (es el valor con mayor frecuencia, 8). Mediana: con $n = 20$ se promedian los lugares 10 y 11; ambos valen 1, luego la mediana es 1.
c. $\dfrac{6 + 2 + 1}{20} = \dfrac{9}{20} = 0{,}45$, es decir, el 45 %.

Solución del ejercicio 3

a. Ordenados: 4, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 10. Suma $= 69$. Media $= \dfrac{69}{10} = 6{,}9$.
b. Moda: 7 (aparece tres veces). Mediana: $n = 10$, se promedian el 5.º y el 6.º dato: $\dfrac{7 + 7}{2} = 7$.
c. Recorrido $= 10 - 4 = 6$.
d. La suma pasa a $69 - 4 + 9 = 74$ y la media a $\dfrac{74}{10} = 7{,}4$.

Solución del ejercicio 4

a. f_i: 3, 6, 6, 4, 1. F_i: 3, 9, 15, 19, 20. $x_i f_i$: 0, 6, 12, 12, 4 (suma 34).

b. Media $= \dfrac{34}{20} = 1{,}7$ goles por partido.
c. Las modas son 1 y 2 (ambas con frecuencia 6): es bimodal. Mediana: el lugar 10 y el 11 caen en el valor 2 (porque $F_2 = 15 \geq 11$ y $F_1 = 9$), así que es 2.
d. $\dfrac{4+1}{20} = \dfrac{5}{20} = 25\ \%$.

Solución del ejercicio 5

a. Marcas de clase: 152,5; 157,5; 162,5; 167,5 y 172,5 (punto medio de cada intervalo).
b. Media $\approx \dfrac{152{,}5 \cdot 4 + 157{,}5 \cdot 9 + 162{,}5 \cdot 10 + 167{,}5 \cdot 5 + 172{,}5 \cdot 2}{30} = \dfrac{4\,835}{30} \approx 161{,}17$ cm.
c. Intervalo modal: $[160, 165)$ (frecuencia 10). Frecuencias acumuladas: 4, 13, 23, 28, 30. Los lugares 15 y 16 están en $[160, 165)$, que es el intervalo de la mediana.

Solución del ejercicio 6

a. $n = 12$: se promedian los lugares 6 y 7, $Q_2 = \dfrac{9+10}{2} = 9{,}5$.
b. Mitad inferior (3, 5, 6, 7, 8, 9): $Q_1 = \dfrac{6+7}{2} = 6{,}5$. Mitad superior (10, 11, 12, 14, 15, 18): $Q_3 = \dfrac{12+14}{2} = 13$.
c. Rango intercuartílico: $13 - 6{,}5 = 6{,}5$. Recorrido: $18 - 3 = 15$.
d. Entre Q_1 y Q_3 está el 50 % de los datos centrales.

Solución del ejercicio 7

a. Máquina A: $\dfrac{40}{5} = 8$. Máquina B: $\dfrac{40}{5} = 8$. Las dos medias son iguales.
b. Desviaciones al cuadrado: $16,\ 4,\ 0,\ 4,\ 16$. Varianza $= \dfrac{40}{5} = 8$ y $\sigma = \sqrt{8} \approx 2{,}83$.
c. Desviaciones al cuadrado: $36,\ 36,\ 0,\ 36,\ 36$. Varianza $= \dfrac{144}{5} = 28{,}8$ y $\sigma = \sqrt{28{,}8} \approx 5{,}37$.
d. La máquina A, porque su desviación típica es menor: los datos están más cerca de la media.

Solución del ejercicio 8

a. Fútbol 16 (40 %), baloncesto 10 (25 %), natación 8 (20 %), tenis 4 (10 %) y otros 2 (5 %). Total: 40 alumnos y 100 %.
b. Ángulo $= 360^\circ \cdot h_i$: fútbol 144°, baloncesto 90°, natación 72°, tenis 36° y otros 18°. Suman 360°.
c. La moda es el fútbol. No se puede calcular la media porque la variable es cualitativa.

Solución del ejercicio 9

a. Suma $= 6 + 7{,}5 + 5{,}5 + 8 = 27$. Media $= \dfrac{27}{4} = 6{,}75$. Respuesta: la media actual de Lucía es 6,75.
b. Para media 7 con 5 exámenes la suma debe ser $5 \cdot 7 = 35$. Necesita $35 - 27 = 8$. Comprobación: $\dfrac{27+8}{5} = 7$. Respuesta: necesita sacar un 8.
c. Ordenadas: 5,5; 6; 7,5; 8. Mediana $= \dfrac{6 + 7{,}5}{2} = 6{,}75$. Con un número par de datos, la mediana es la media de los dos centrales.
d. Suma $= 37$ y media $= \dfrac{37}{5} = 7{,}4$. Respuesta: su media final sería 7,4, por encima del 7 que buscaba.

Solución del ejercicio 10

a. Sevilla: $\dfrac{303}{12} = 25{,}25$ °C. Santander: $\dfrac{214}{12} \approx 17{,}83$ °C.
b. Sevilla ordenada: 16, 17, 18, 20, 21, 23, 26, 27, 31, 32, 36, 36; mediana $= \dfrac{23+26}{2} = 24{,}5$; recorrido $36 - 16 = 20$. Santander ordenada: 13, 13, 13, 15, 15, 16, 19, 19, 21, 22, 24, 24; mediana $= \dfrac{16+19}{2} = 17{,}5$; recorrido $24 - 13 = 11$.
c. En Sevilla: su recorrido (20 °C) es mayor que el de Santander (11 °C).
d. En Sevilla $\sigma \approx 6,9$ °C, mayor que en Santander: confirma que las temperaturas de Sevilla varían más.

Solución del ejercicio 11

a. Suma $= 20{,}5$; media $= \dfrac{20{,}5}{8} \approx 2{,}56$ €. Ordenados: 1,90; 2,00; 2,10; 2,20; 2,40; 2,40; 2,50; 5,00; mediana $= \dfrac{2{,}20 + 2{,}40}{2} = 2{,}30$ €.
b. Moda: 2,40 € (dos veces). Recorrido: $5{,}00 - 1{,}90 = 3{,}10$ €.
c. Suma $= 15{,}5$ con 7 datos: media $= \dfrac{15{,}5}{7} \approx 2{,}21$ €. Mediana: 4.º dato $= 2{,}20$ €.

d. La media baja de 2,56 a 2,21 €, mientras que la mediana solo pasa de 2,30 a 2,20 €. La mediana es menos sensible a los valores extremos y representa mejor el precio habitual.

Solución del ejercicio 12

a. Ordenados: 66, 68, 70, 72, 72, 72, 74, 75, 77, 79, 80, 81, 85, 88, 90. Con $n = 15$ la mediana es el 8.º dato: 75.
b. Suma $= 1\,149$; media $= \dfrac{1\,149}{15} = 76{,}6$. Moda: 72 (tres veces).
c. Mitad inferior (66, 68, 70, 72, 72, 72, 74): $Q_1 = 72$. Mitad superior (77, 79, 80, 81, 85, 88, 90): $Q_3 = 81$.
d. Por encima de 76,6: 77, 79, 80, 81, 85, 88 y 90, es decir, en 7 partidos.

Solución del ejercicio 13

a. Marcas: 12,5; 13,5; 14,5; 15,5; 16,5. Acumuladas: 3, 11, 21, 27, 30.
b. Media $\approx \dfrac{12{,}5 \cdot 3 + 13{,}5 \cdot 8 + 14{,}5 \cdot 10 + 15{,}5 \cdot 6 + 16{,}5 \cdot 3}{30} = \dfrac{433}{30} \approx 14{,}43$ s.
c. El intervalo modal es $[14, 15)$, con 10 corredores.
d. Menos de 14 s: $3 + 8 = 11$ corredores de 30, es decir, $\dfrac{11}{30} \approx 36{,}7\ \%$.

Solución del ejercicio 14

a. h_i: 0,08; 0,24; 0,36; 0,20; 0,08; 0,04. F_i: 2, 8, 17, 22, 24, 25.
b. Media $= \dfrac{2 + 12 + 27 + 20 + 10 + 6}{25} = \dfrac{77}{25} = 3{,}08$ h. Moda: 3 h. Mediana: el dato 13 está en el valor 3 (porque $F = 8$): 3 h.
c. $\dfrac{5 + 2 + 1}{25} = \dfrac{8}{25} = 32\ \%$.
d. No: solo el 32 % usa el móvil más de 3 horas. La mayoría (68 %) lo usa 3 horas o menos.

Solución del ejercicio 15

a. Clase A: $\dfrac{70}{10} = 7$. Clase B: $\dfrac{70}{10} = 7$.
b. A: mediana 7, moda 7, recorrido $9 - 5 = 4$. B: mediana $\dfrac{7 + 7}{2} = 7$, moda 7, recorrido $11 - 3 = 8$.
c. A: desviaciones al cuadrado $4,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 4$, suma 12, varianza $1{,}2$ y

$\sigma \approx 1{,}10$. B: desviaciones al cuadrado $16,\ 9,\ 4,\ 1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16$, suma 60, varianza 6 y $\sigma \approx 2{,}45$.

d. A: $\frac{1{,}10}{7} \approx 0{,}157$ (15,7 %). B: $\frac{2{,}45}{7} = 0{,}350$ (35 %). La clase A es más homogénea porque sus notas están más agrupadas alrededor de la media.

Solución del ejercicio 16

a. Marcas: 15, 25, 35, 45, 55. Acumuladas: 12, 42, 70, 90, 100. h_i: 0,12; 0,30; 0,28; 0,20; 0,10.

b. Media $= \frac{15 \cdot 12 + 25 \cdot 30 + 35 \cdot 28 + 45 \cdot 20 + 55 \cdot 10}{100} = \frac{3\,360}{100} = 33{,}6$ años.

c. Intervalo modal: $[20, 30)$ (frecuencia 30). Mediana: lugares 50 y 51; como $F = 42$, está en $[30, 40)$.

d. Varianza $\approx \frac{12 \cdot 18{,}6^2 + 30 \cdot 8{,}6^2 + 28 \cdot 1{,}4^2 + 20 \cdot 11{,}4^2 + 10 \cdot 21{,}4^2}{100} \approx 136{,}0$, y $\sigma \approx 11{,}7$ años. La mayoría tiene entre $33{,}6 - 11{,}7 \approx 21{,}9$ y $33{,}6 + 11{,}7 \approx 45{,}3$ años.

Solución del ejercicio 17

a. Suma $= 15\,300$; media $= \frac{15\,300}{8} = 1\,912{,}50$ €. Mediana: $\frac{1\,300 + 1\,350}{2} = 1\,325$ €. Moda: 1 300 €.

b. Sí: siete de los ocho empleados cobran como máximo 1 500 €, bastante menos que la media. La media está muy elevada por un solo dato extremo.

c. Suma $= 9\,300$ con 7 datos: media $= \frac{9\,300}{7} \approx 1\,328{,}57$ €, casi igual que la mediana.

d. La mediana (1 325 €) o la moda (1 300 €), porque no se ven afectadas por el valor extremo. La media sí.

Solución del ejercicio 18

a. f_i: 2, 3, 6, 7, 6, 4, 2. F_i: 2, 5, 11, 18, 24, 28, 30.

b. Media $= \frac{6 + 12 + 30 + 42 + 42 + 32 + 18}{30} = \frac{182}{30} \approx 6{,}07$. Moda: 6. Mediana: los lugares 15 y 16 están en el valor 6 (porque $F = 11$ y $18 \geq 16$), así que la mediana es 6.

c. Aprueban $30 - 5 = 25$ alumnos: $\frac{25}{30} \approx 83{,}3\ \%$.

d. Varianza $= \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{30} \approx 2{,}53$ y $\sigma \approx 1{,}59$. Es una dispersión moderada: la

mayoría de las notas están entre $6{,}07 - 1{,}59 = 4{,}5$ y $6{,}07 + 1{,}59 = 7{,}7$.

Solución del ejercicio 19

a. Población: los 600 vecinos. Muestra: los 60 vecinos encuestados. Variable: usar o no la bicicleta (cualitativa).
b. $\frac{21}{60} = 0{,}35$, el 35 %.
c. Si la muestra es representativa: $0{,}35 \cdot 600 = 210$ vecinos.
d. No sería fiable, porque esa muestra tendría un sesgo: sus miembros usan más la bicicleta. Hay que elegir la muestra al azar, entre todos los vecinos, y que sea suficientemente grande.

Solución del ejercicio 20

a. Sean $a \leq b \leq c \leq d \leq e$. Mediana $c = 7$; moda 5, luego $a = b = 5$. Suma $= 40$, así que $d + e = 40 - 5 - 5 - 7 = 23$. Recorrido $e - a = 9$, luego $e = 14$ y $d = 9$. Datos: 5, 5, 7, 9, 14.
b. Suma $= 60$ con 6 datos: media $= 10$. Mediana: $\frac{7+9}{2} = 8$.
c. Suma de los primeros: $10 \cdot 6 = 60$; de los segundos: $15 \cdot 8 = 120$. Media conjunta $= \frac{180}{25} = 7{,}2$.
d. No puede ser negativa, porque es una raíz cuadrada de una suma de cuadrados. Vale 0 si todos los datos son iguales.