Ejercicios - Teorema de Pitágoras

Curso: 2 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Calcular la hipotenusa

En un triángulo rectángulo, la hipotenusa a cumple $a^2 = b^2 + c^2$, donde b y c son los catetos. Calcula la hipotenusa conociendo los catetos.

a. Catetos de 6 cm y 8 cm.
b. Catetos de 5 cm y 12 cm.
c. Catetos de 9 cm y 12 cm.
d. Catetos de 7 cm y 24 cm.

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Calcular un cateto

El cateto que falta es $b = \sqrt{a^2 - c^2}$. Resta siempre el cuadrado del cateto conocido al de la hipotenusa.

a. Hipotenusa 13 cm y un cateto de 5 cm.
b. Hipotenusa 17 cm y un cateto de 8 cm.
c. Hipotenusa 25 cm y un cateto de 20 cm.
d. Hipotenusa 10 cm y un cateto de 7 cm (redondea a las centésimas).

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Resultados con raíces no exactas

Calcula la hipotenusa y redondea a las centésimas con la calculadora.

a. Catetos de 3 cm y 5 cm.
b. Catetos de 4 cm y 7 cm.
c. Catetos de 2 cm y 2 cm.
d. Catetos de 1,5 m y 2 m.

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – ¿Es rectángulo?

Un triángulo con lados $a > b, c$ es rectángulo si y solo si $a^2 = b^2 + c^2$. Si a^2 es acutángulo y si $a^2 > b^2 + c^2$ es obtusángulo.

a. Lados 9, 12 y 15.
b. Lados 7, 8 y 11.
c. Lados 20, 21 y 29.
d. Lados 5, 6 y 7.

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – Ternas pitagóricas

Una terna pitagórica son tres números enteros que cumplen $a^2 = b^2 + c^2$. Se obtienen con $b = 2mn$, $c = m^2 - n^2$ y $a = m^2 + n^2$ para $m > n$.

a. Calcula la terna para $m = 2$ y $n = 1$.
b. Calcula la terna para $m = 3$ y $n = 2$.
c. Calcula la terna para $m = 4$ y $n = 1$ y comprueba que es pitagórica.
d. Multiplica la terna $(3, 4, 5)$ por 5 y comprueba que sigue siendo pitagórica.

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Diagonales

La diagonal de un rectángulo lo divide en dos triángulos rectángulos.

a. Calcula la diagonal de un rectángulo de 12 cm por 5 cm.
b. Calcula la diagonal de un cuadrado de 8 cm de lado.
c. Calcula el lado de un cuadrado cuya diagonal mide 10 cm.
d. Un rectángulo tiene una diagonal de 17 cm y un lado de 8 cm. Calcula el otro lado y su área.

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – Triángulo isósceles

Un triángulo isósceles tiene dos lados iguales de 10 cm y la base mide 12 cm. La altura sobre la base la divide en dos mitades iguales.

a. Calcula la altura.
b. Calcula el área.
c. Calcula el perímetro.
d. Si la base mide 16 cm y los lados iguales 10 cm, ¿cuál es la nueva altura y el área?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – Triángulo equilátero

Un triángulo equilátero de lado l tiene una altura que lo divide en dos triángulos rectángulos.

a. Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado 10 cm (centésimas).
b. Calcula su área.
c. Deduce una fórmula para la altura en función de l.
d. Calcula el área de un hexágono regular de lado 10 cm, formado por 6 triángulos equiláteros.

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – La escalera de la obra

Una escalera de 5 m está apoyada contra una pared vertical. El pie de la escalera se encuentra a 3 m de la pared.

a. ¿A qué altura llega la escalera en la pared?
b. Si se aleja el pie hasta 4 m de la pared, ¿a qué altura llega?
c. Un pintor necesita alcanzar 4,8 m de altura. ¿A qué distancia de la pared debe colocar el pie?
d. ¿Qué distancia máxima puede haber entre el pie y la pared?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – La pantalla

Una pantalla rectangular mide 24 cm de ancho y 18 cm de alto. El tamaño de una pantalla se da por su diagonal, y 1 pulgada son 2,54 cm.

a. Calcula la diagonal en centímetros.
b. Calcula la diagonal en pulgadas (redondea a las décimas).
c. Otra pantalla de 32 cm de ancho es semejante a ella. ¿Cuál es su alto y su diagonal?
d. ¿Cuántas veces mayor es el área de la segunda?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Distancias en el plano

La distancia entre dos puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

a. $A(1, 2)$ y $B(7, 10)$
b. $C(-3, 4)$ y $D(2, -8)$
c. $E(0, 0)$ y $F(5, 5)$
d. Comprueba que el triángulo $A(0, 0)$, $B(3, 0)$, $C(3, 4)$ es rectángulo y calcula su perímetro.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – El campo de fútbol

Un campo de fútbol de un colegio de Pontevedra mide 100 m de largo y 64 m de ancho.

a. Calcula la longitud de la diagonal (centésimas).
b. Un jugador va de una esquina a la opuesta por el borde del campo y otro en línea recta. ¿Cuántos metros menos recorre el segundo?
c. Si corre a 5 m/s, ¿cuántos segundos ahorra?
d. ¿Cuál es el área del campo en hectáreas?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – El mástil y los cables

Un mástil vertical de 12 m de altura se sujeta con un cable que va desde su punta hasta un punto del suelo situado a 5 m de su base.

a. Calcula la longitud del cable.
b. Si el cable costó 4,50 € el metro, ¿cuánto costó?
c. Se quiere un segundo cable que llegue a 9 m de la base. ¿Cuánto mide?
d. Se colocan dos cables iguales al primero, uno a cada lado del mástil. ¿Cuántos metros de cable se usan y cuánto cuestan?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – La rampa de acceso

Una rampa de acceso a un edificio de Valladolid sube 1,2 m y recorre horizontalmente 5 m.

a. Calcula la longitud de la rampa (centésimas).
b. Calcula su pendiente en porcentaje, $\dfrac{\text{altura}}{\text{longitud horizontal}} \cdot 100$.
c. La normativa permite un máximo del 8 % para rampas largas. ¿Cumple?
d. ¿Qué longitud horizontal haría falta para subir 1,2 m con una pendiente del 8 %?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – El atajo por el parque

Para ir de su casa al instituto, Lucas recorre 300 m hacia el este y 400 m hacia el norte siguiendo las calles. Hay un atajo por un parque en línea recta.

a. Calcula la longitud del atajo.
b. ¿Cuántos metros se ahorra por trayecto?
c. Si camina a 1,25 m/s, ¿cuánto tiempo (en minutos) ahorra al día en la ida y la vuelta?
d. ¿Qué fracción del camino por calles es el atajo?

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – La cometa

Un niño hace volar una cometa en un parque de Zaragoza con 50 m de cuerda totalmente tensa. La cometa está justo sobre un árbol que se encuentra a 30 m del niño, en horizontal.

a. Calcula la altura de la cometa respecto de las manos del niño.
b. Si el niño sostiene la cuerda a 1,5 m del suelo, ¿a qué altura sobre el suelo está la cometa?
c. El niño suelta 10 m de cuerda más y se mantiene en el mismo sitio. ¿A qué altura queda ahora la cometa, sin variar la distancia horizontal?
d. ¿Cuántos metros de cuerda se necesitarían para que la cometa estuviera a 60 m de altura sobre las manos y a 30 m horizontales?

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – El jardín trapezoidal

Un jardín de un colegio de Bilbao tiene forma de trapecio rectángulo, con las bases paralelas de 10 m y 16 m y el lado oblicuo de 10 m.

a. Calcula la altura del trapecio (la diferencia de las bases forma un cateto).
b. Calcula el área.
c. Calcula el perímetro.
d. Si el césped cuesta 2,80 € el metro cuadrado, ¿cuánto cuesta cubrir el jardín?
e. ¿Cuántos metros de valla hacen falta si sólo se vallan los lados no paralelos?

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – La caja y su diagonal

Una caja de zapatos de un comercio de Alicante mide 12 cm de largo, 4 cm de ancho y 3 cm de alto.

a. Calcula la diagonal de la base.
b. Calcula la diagonal del interior de la caja, de una esquina a la esquina opuesta.
c. ¿Cabe dentro un lápiz de 13 cm? ¿Y uno de 13,5 cm?
d. Un bolígrafo de 12,5 cm, ¿cabe tumbado en la base?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – El barco

Un barco sale de un puerto y navega 12 km hacia el este y luego 5 km hacia el norte. Después regresa al puerto en línea recta.

a. Calcula la distancia del trayecto de regreso.

b. Calcula la distancia total recorrida.
c. Si navega a 26 km/h, ¿cuánto tarda en volver?
d. ¿Qué distancia ahorraría si hubiera ido directamente en vez de dar el rodeo en la ida?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: más allá del teorema

El teorema de Pitágoras tiene muchas aplicaciones sorprendentes.

a. En el triángulo rectángulo de catetos 15 cm y 20 cm, calcula la hipotenusa y la altura sobre ella (usa que el área es $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$ de dos formas).
b. Los cuadrados construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo tienen áreas 9 cm² y 16 cm². ¿Cuál es el área del cuadrado sobre la hipotenusa?
c. ¿Existe un triángulo rectángulo isósceles de hipotenusa 10 cm? Calcula sus catetos.
d. Busca una terna pitagórica con un cateto de 20 cm.