Soluciones - Sistemas de ecuaciones

Curso: 2 Eso

Solución del ejercicio 1

a. Sustituimos $x = 2$, $y = 1$ en las dos ecuaciones: $2 + 1 = 3$ y $2 \cdot 2 - 1 = 3$. Sí, cumple las dos.
b. Sustituimos $x = 3$, $y = -1$: $3 + 2 \cdot (-1) = 1$ y $3 \cdot 3 - (-1) = 10 \neq 8$. No es solución.
c. Sustituimos $x = 4$, $y = 2$: $4 - 2 = 2$ pero $4 + 2 = 6 \neq 5$. No es solución.
d. Buscamos un par que cumpla solo la primera: Por ejemplo, $(1, 4)$: $1 + 4 = 5$ pero $1 - 4 = -3 \neq 1$. La solución del sistema es $(3, 2)$.

Un par es solución únicamente si cumple las dos ecuaciones a la vez.

Solución del ejercicio 2

a. Las rectas tienen pendientes -1 y 1: se cortan en un punto. Sumando: $2x = 6$, $x = 3$, $y = 2$. Compatible determinado: solución $(3, 2)$.
b. La segunda ecuación es el doble de la primera: son la misma recta. Tiene infinitas soluciones: compatible indeterminado.
c. Las dos rectas tienen pendiente -1 y ordenadas distintas ($y = 3 - x$ e $y = 5 - x$): son paralelas. No hay solución: incompatible.

Solución del ejercicio 3

a. La y ya está despejada; la sustituimos en la segunda. $3x + (2x - 1) = 9$, $5x = 10$, $x = 2$, $y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$. Solución: $(2, 3)$.
b. La x ya está despejada; la sustituimos. $(y + 1) + 2y = 7$, $3y = 6$, $y = 2$, $x = 3$. Solución: $(3, 2)$.
c. Despejamos y en la primera, que tiene coeficiente 1. De la primera, $y = 12 - x$. Entonces $3x - (12 - x) = 8$, $4x = 20$, $x = 5$, $y = 7$. Solución: $(5, 7)$.

Al final calculamos la otra incógnita en la ecuación despejada y comprobamos.

Solución del ejercicio 4

a. La x de la segunda ecuación tiene coeficiente 1. De la segunda, $x = y + 1$. Entonces $2(y + 1) + y = 8$, $3y = 6$, $y = 2$, $x = 3$. Comprobación: $2 \cdot 3 + 2 = 8$.
b. La y de la segunda tiene coeficiente -1. De la segunda, $y = 2x - 1$. Entonces $x + 3(2x - 1) = 11$, $7x = 14$, $x = 2$, $y = 3$. Comprobación: $2 + 9 = 11$.

Elegir bien la incógnita evita fracciones en los cálculos.

Solución del ejercicio 5

a. Las dos ecuaciones ya tienen la y despejada; las igualamos. $3x-2=x+4$, $2x=6$, $x=3$, $y=7$. Solución: $(3,7)$.
b. Despejamos y en las dos ecuaciones e igualamos: De la primera $y=11-2x$ y de la segunda $y=x+2$. Igualamos: $11-2x=x+2$, $9=3x$, $x=3$, $y=5$.
c. Las dos ecuaciones tienen la x despejada: $2y+1=5-y$, $3y=4$, $y=\frac{4}{3}$, $x=2\cdot\frac{4}{3}+1=\frac{11}{3}$.

Comprobación del primero: $7=3\cdot 3-2$ y $7=3+4$.

Solución del ejercicio 6

a. Los coeficientes de y son opuestos; sumamos. Sumando: $2x=14$, $x=7$, $y=3$.
b. Los términos en y son opuestos: sumamos las ecuaciones. Sumando: $8x=32$, $x=4$; $12+2y=16$, $y=2$.
c. Preparamos coeficientes opuestos en y: Multiplicamos la segunda por 3: $12x-3y=15$. Sumando con la primera: $14x=28$, $x=2$; $4+3y=13$, $y=3$.

En reducción buscamos que una incógnita tenga coeficientes opuestos para que desaparezca.

Solución del ejercicio 7

a. Multiplicamos la primera por 2 y la segunda por 3: $6x+4y=14$ y $6x+15y=36$. Restando: $11y=22$, $y=2$; $3x+4=7$, $x=1$.
b. Multiplicamos la primera por 4 y la segunda por 3: $20x-12y=4$ y $6x+12y=48$. Sumando: $26x=52$, $x=2$; $10-3y=1$, $y=3$. Comprobación: $2\cdot 2+4\cdot 3=16$.

Solución del ejercicio 8

a. Primera: $2x+2-y=3$, es decir, $2x-y=1$. Segunda: $3x-2y+2=2$, es decir, $3x-2y=0$. De la primera, $y=2x-1$; entonces $3x-4x+2=0$, $x=2$, $y=3$. Comprobación: $2\cdot 3-3=3$ y $6-2\cdot 2=2$.
b. Primera: $3x-3=y+1$, es decir, $y=3x-4$. Segunda: $x+2y-2=11$, es decir, $x+2y=13$. Sustituyendo: $x+2(3x-4)=13$, $7x=21$, $x=3$, $y=5$. Comprobación: $3\cdot 2=6=5+1$ y $3+2\cdot 4=11$.

Solución del ejercicio 9

a. Multiplicamos cada ecuación por el mcm de sus denominadores y aplicamos

reducción: Primera por 6: $3x + 2y = 30$. Segunda por 12: $3x - 2y = 6$. Sumando: $6x = 36$, $x = 6$. Entonces $18 + 2y = 30$, $y = 6$. Comprobación: $3 + 2 = 5$ y $1{,}5 - 1 = 0{,}5$.

Con los denominadores eliminados el sistema se resuelve como cualquier otro.

Solución del ejercicio 10

a. Traducimos las dos frases del enunciado: $\begin{cases} x + y = 40 \\ x = 3y \end{cases}$.
b. Sustituimos $x = 3y$ en la primera: $3y + y = 40$, $4y = 40$, $y = 10$, $x = 30$.
c. Dentro de t años los dos tendrán t años más: Dentro de t años: $30 + t = 2(10 + t)$, $30 + t = 20 + 2t$, $t = 10$ años (padre 40 e hijo 20).
d. Sustituimos en las dos ecuaciones: $30 + 10 = 40$ y $30 = 3 \cdot 10$.

Solución del ejercicio 11

a. Cada grupo da una ecuación con los precios a y n: $\begin{cases} 2a + 3n = 31 \\ a + 2n = 18 \end{cases}$.
b. Despejamos a en la segunda y sustituimos: De la segunda, $a = 18 - 2n$. Entonces $36 - 4n + 3n = 31$, $n = 5$, $a = 8$.
c. Usamos los precios obtenidos: $3 \cdot 8 + 4 \cdot 5 = 44$ €.
d. Calculamos el 20 % del gasto en entradas infantiles: Las tres entradas infantiles cuestan 15 €; el 20 % es 3 €. Se ahorra 3 €.

Comprobación: $2 \cdot 8 + 3 \cdot 5 = 31$ € y $8 + 2 \cdot 5 = 18$ €.

Solución del ejercicio 12

a. Cada compra da una ecuación: $\begin{cases} 3a + 2b = 32 \\ 2a + 5b = 36 \end{cases}$.
b. Preparamos coeficientes iguales en b y restamos: Primera por 5 y segunda por 2: $15a + 10b = 160$ y $4a + 10b = 72$. Restando: $11a = 88$, $a = 8$; $24 + 2b = 32$, $b = 4$.
c. Sumamos un kilo de cada tipo: $8 + 4 = 12$ €.
d. Dividimos el coste total entre los kilos: Coste: $2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 = 28$ € por 5 kg: $28 : 5 = 5{,}60$ €/kg.

Solución del ejercicio 13

a. El semiperímetro es 18 m y la diferencia entre largo y ancho es 4 m: Con largo x y ancho y: $\begin{cases} x + y = 18 \\ x - y = 4 \end{cases}$.
b. Sumamos las dos ecuaciones: Sumando: $2x = 22$, $x = 11$, $y = 7$.

c. Multiplicamos largo por ancho: $11 \cdot 7 = 77$ m².
d. Multiplicamos el área por el precio: $77 \cdot 2{,}5 = 192{,}50$ €.

Comprobación: $2 \cdot (11 + 7) = 36$ m.

Solución del ejercicio 14

a. $\begin{cases} x + y = 25 \\ x + 2y = 38 \end{cases}$ con x monedas de 1 € e y de 2 €.
b. $x = 25 - y$; entonces $25 - y + 2y = 38$, $y = 13$, $x = 12$.
c. 12 monedas de 1 € y 13 monedas de 2 €.
d. 12 € dan 2 billetes de 5 € (10 €) y sobran 2 €.

Solución del ejercicio 15

a. Cada grupo aporta una ecuación: $\begin{cases} 3a + 2n = 41 \\ 2a + 4n = 42 \end{cases}$.
b. Multiplicamos la primera por 2 para igualar los coeficientes de n: Primera por 2: $6a + 4n = 82$. Restando la segunda: $4a = 40$, $a = 10$. Entonces $30 + 2n = 41$, $n = 5{,}5$.
c. Interpretamos los valores: Adulto: 10 €. Niño: 5,50 €. Juntos: 15,50 €.
d. Sustituimos en la expresión del nuevo grupo: $4 \cdot 10 + 3 \cdot 5{,}5 = 56{,}50$ €.

Comprobación: $2 \cdot 10 + 4 \cdot 5{,}5 = 42$ €.

Solución del ejercicio 16

a. Una ecuación para la distancia y otra para el tiempo: $\begin{cases} x + y = 300 \\ \dfrac{x}{100} + \dfrac{y}{60} = 3{,}5 \end{cases}$.
b. Eliminamos denominadores y aplicamos reducción: La segunda por 300: $3x + 5y = 1\,050$. De la primera, $3x + 3y = 900$. Restando: $2y = 150$, $y = 75$, $x = 225$.
c. Tiempo = distancia : velocidad en cada tramo: Autovía: $\dfrac{225}{100} = 2{,}25$ h. Carretera: $\dfrac{75}{60} = 1{,}25$ h. Suman $3{,}5$ h.
d. Distancia total entre tiempo total: $\dfrac{300}{3{,}5} \approx 85{,}7$ km/h.

Solución del ejercicio 17

a. Las dos compras de fruta se traducen en dos ecuaciones lineales: $\begin{cases} 4n + 3p = 12 \\ 2n + 5p = 13 \end{cases}$.
b. Multiplicamos la segunda por 2 y restamos: Segunda por 2: $4n + 10p = 26$. Restando la primera: $7p = 14$, $p = 2$; $4n + 6 = 12$, $n = 1{,}5$.
c. Usamos los precios por kilo: $6 \cdot 1{,}5 + 4 \cdot 2 = 9 + 8 = 17$ €.
d. Un 10 % de descuento deja el 90 %: $2 \cdot 0{,}9 = 1{,}80$ €.

Comprobación: $4 \cdot 1{,}5 + 3 \cdot 2 = 12$ €.

Solución del ejercicio 18

a. Una ecuación cuenta las preguntas y otra los puntos: $\begin{cases} a + f = 20 \\ 3a - f = 36 \end{cases}$.
b. Los coeficientes de f son opuestos; sumamos: Sumando: $4a = 56$, $a = 14$, $f = 6$.
c. Interpretamos la incógnita f: Ha fallado 6.
d. Recalculamos los puntos: Con 16 aciertos y 4 fallos: $3 \cdot 16 - 4 = 44$ puntos.

Comprobación: $3 \cdot 14 - 6 = 36$ puntos.

Solución del ejercicio 19

a. Una ecuación para el volumen y otra para el concentrado: $\begin{cases} x + y = 10 \\ 0{,}2x + 0{,}5y = 3{,}5 \end{cases}$.
b. Quitamos decimales y restamos: La segunda por 10: $2x + 5y = 35$. De la primera, $2x + 2y = 20$. Restando: $3y = 15$, $y = 5$, $x = 5$.
c. Calculamos el 35 % de 10 litros: $0{,}35 \cdot 10 = 3{,}5$ L de concentrado puro.
d. Cambiamos el segundo miembro y resolvemos de nuevo: $2x + 5y = 40$ y $2x + 2y = 20$: $3y = 20$, $y = \dfrac{20}{3} \approx 6{,}67$ L y $x \approx 3{,}33$ L.

Solución del ejercicio 20

a. Sea x la cifra de las decenas e y la de las unidades: $x + y = 9$ y $10y + x = 10x + y + 27$, es decir, $y - x = 3$. Sumando: $2y = 12$, $y = 6$, $x = 3$. El número es 36 (y $63 - 36 = 27$).
b. Es incompatible cuando las rectas son paralelas: $\dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{k} \neq \dfrac{3}{7}$, luego $k = 4$.
c. Por ejemplo, $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$: la segunda ecuación es el doble de la primera.
d. De la segunda, $x = y$. De la tercera, $z = 4 - y$. En la primera: $y + y + 4 - y = 6$, $y = 2$. Solución: $x = 2$, $y = 2$, $z = 2$.