Soluciones - Proporcionalidad y porcentajes

Curso: 2 Eso

Solución del ejercicio 1

a. Más kilos, más precio: calculamos el precio de un kilo y multiplicamos. Constante: $\frac{8{,}50}{5} = 1{,}70$ €/kg. $12 \cdot 1{,}70 = 20{,}40$ €.
b. Más kilómetros, más litros: planteamos una proporción. $\frac{7}{100} = \frac{x}{450}$, $x = 7 \cdot 4{,}5 = 31{,}5$ litros.
c. Calculamos los kilómetros que representa cada centímetro. Cada cm son $15 : 3 = 5$ km. $8 \cdot 5 = 40$ km.
d. Calculamos el caudal por minuto y multiplicamos. $\frac{18}{4} = 4{,}5$ L/min. $10 \cdot 4{,}5 = 45$ litros.

En la proporcionalidad directa el cociente entre las magnitudes es constante.

Solución del ejercicio 2

a. $\frac{14}{2} = \frac{21}{3} = 7$: la constante de cociente es 7. Directamente proporcionales.
b. $40 \cdot 6 = 60 \cdot 4 = 80 \cdot 3 = 120 \cdot 2 = 240$: el producto es constante. Inversamente proporcionales.
c. Los cocientes $14;\ 12{,}5;\ 11{,}07;\ 10{,}3$ y los productos no son constantes. Ninguna de las dos.
d. $2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 = 6 \cdot 4 = 24$. Inversamente proporcionales (producto constante 24).

Solución del ejercicio 3

a. Menos obreros tardan más: el producto obreros por días es constante. Producto constante: $6 \cdot 10 = 60$. $60 : 4 = 15$ días.
b. Más velocidad, menos tiempo: la distancia es el producto constante. $90 \cdot 4 = 360$ km. $360 : 120 = 3$ horas.
c. Más gallinas, menos días: calculamos las raciones gallina-día. $20 \cdot 15 = 300$ gallinas-día. $300 : 30 = 10$ días.
d. Con el doble de fuentes se tarda la mitad. Una fuente: 3 h; dos fuentes: $3 : 2 = 1{,}5$ h (1 hora y 30 minutos).

En la proporcionalidad inversa el producto de las magnitudes es constante.

Solución del ejercicio 4

a. Factor: $\frac{7}{4} = 1{,}75$. Arroz: 525 g; caldo: $1{,}05$ L; verduras: 210 g.
b. Factor: $\frac{10}{4} = 2{,}5$. Arroz: 750 g; caldo: $1{,}5$ L; verduras: 300 g.
c. $0{,}6$ L para 4 personas; 1 L: $\frac{4}{0{,}6} \approx 6{,}67$ personas, es decir, para 6 personas completas.
d. $0{,}75 \cdot 2{,}10 = 1{,}575 \approx 1{,}58$ €.

Solución del ejercicio 5

a. Más máquinas y más horas dan más piezas: las dos relaciones son directas. Piezas: directa con máquinas y con horas. $1\,200 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{8} = 900$ piezas.
b. Más piscinas exigen más horas (directa); más grifos, menos horas (inversa). Horas: directa con las piscinas ($\times\frac{8}{6}$) e inversa con los grifos ($\times\frac{4}{6}$). $9 \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{4}{6} = 8$ horas.
c. Más vacas y más días suponen más pienso: Directa con vacas y días: $120 \cdot \frac{9}{6} \cdot \frac{8}{5} = 288$ kg.

En cada caso multiplicamos el dato inicial por un factor por cada magnitud que cambia.

Solución del ejercicio 6

a. Expresamos 15 % como 0,15 y multiplicamos: $0{,}15 \cdot 240 = 36$.
b. 8 % es 0,08: $0{,}08 \cdot 125 = 10$.
c. Un porcentaje mayor que 100 da más que la cantidad inicial: $1{,}2 \cdot 50 = 60$.
d. 3,5 % es 0,035: $0{,}035 \cdot 2\,000 = 70$.

Multiplicar por $\frac{p}{100}$ es lo mismo que multiplicar por el decimal correspondiente.

Solución del ejercicio 7

a. Dividimos la parte entre el total y multiplicamos por 100: $\frac{18}{72} = 0{,}25$, es decir, 25 %.
b. Repetimos el cálculo con 45 de 60: $\frac{45}{60} = 0{,}75$, es decir, 75 %.

c. 7 entre 40 da un decimal con tres cifras: $\frac{7}{40} = 0{,}175$, es decir, 17,5 %.

d. La parte son los 12 ciclistas y el total los 30 alumnos: $\frac{12}{30} = 0{,}4$, es decir, 40 %.

Solución del ejercicio 8

a. Una subida del 15 % da un índice de 1,15: Índice $1{,}15$: $80 \cdot 1{,}15 = 92$ €.
b. Una bajada del 30 % deja el 70 %: Índice $0{,}70$: $150 \cdot 0{,}70 = 105$ €.
c. Una subida del 2,5 % da un índice de 1,025: Índice $1{,}025$: $12\,000 \cdot 1{,}025 = 12\,300$ habitantes.
d. Restamos o sumamos el porcentaje expresado en decimal a 1: Bajada del 12 %: $1 - 0{,}12 = 0{,}88$. Subida del 7 %: $1{,}07$.

El índice de variación permite calcular el resultado con una sola multiplicación.

Solución del ejercicio 9

a. Una rebaja del 25 % deja el 75 % del precio: $120 \cdot 0{,}75 = 90$ €.
b. La segunda rebaja se aplica sobre 90 €: $90 \cdot 0{,}90 = 81$ €.
c. Calculamos una rebaja única del 35 % y comparamos: Con 35 % de rebaja única: $120 \cdot 0{,}65 = 78$ €. No es lo mismo (81 € ≠ 78 €).
d. Dividimos el precio final entre el inicial: $\frac{81}{120} = 0{,}675$; el descuento total es $1 - 0{,}675 = 0{,}325$, es decir, el 32,5 %.

Los descuentos sucesivos no se suman: se multiplican sus índices.

Solución del ejercicio 10

a. Índice $1{,}12$: $56 : 1{,}12 = 50$ €.
b. Índice $0{,}80$: $64 : 0{,}80 = 80$ €.
c. Índice $1{,}05$: $21\,000 : 1{,}05 = 20\,000$ habitantes.
d. No: el 12 % hay que calcularlo sobre el valor inicial, no sobre 56. Quitar el 12 % de 56 da $49{,}28$ €, no 50 €.

Solución del ejercicio 11

a. Multiplicamos por el índice 1,21: $40 \cdot 1{,}21 = 48{,}40$ €.
b. Para quitar el IVA dividimos entre 1,21: $72{,}60 : 1{,}21 = 60$ €.
c. El IVA es la diferencia entre los dos precios: $72{,}60 - 60 = 12{,}60$ €.
d. Con IVA del 4 % el índice es 1,04: $20{,}80 : 1{,}04 = 20$ €.

Comprobación: $60 \cdot 1{,}21 = 72{,}60$ €.

Solución del ejercicio 12

a. Un año al 3 % equivale a multiplicar por 1,03: $2\,000 \cdot 1{,}03 = 2\,060$ €.
b. Con interés compuesto se multiplica por 1,03 cada año: $2\,000 \cdot 1{,}03^3 = 2\,000 \cdot 1{,}092727 = 2\,185{,}45$ €.
c. Con interés simple se cobran siempre 60 € al año: Interés anual: 60 €; en 3 años: 180 €. Capital: $2\,180$ €.
d. Restamos los dos capitales finales: $2\,185{,}45 - 2\,180 = 5{,}45$ € más con interés compuesto.

Con el interés compuesto se cobran intereses de los intereses.

Solución del ejercicio 13

a. Multiplicamos los cm del mapa por 50 000 y pasamos a km: $6 \cdot 50\,000 = 300\,000$ cm $= 3$ km.
b. Pasamos los km a cm y dividimos entre 50 000: $4{,}5$ km $= 450\,000$ cm. $450\,000 : 50\,000 = 9$ cm.
c. Multiplicamos por 200 y pasamos a metros: $6 \cdot 200 = 1\,200$ cm $= 12$ m.
d. Pasamos las medidas a cm y dividimos entre 50: $400 : 50 = 8$ cm y $300 : 50 = 6$ cm: 8 cm por 6 cm.

En una escala $1 : n$, las medidas reales son n veces las del dibujo.

Solución del ejercicio 14

a. Suma: $2 + 3 + 5 = 10$. Valor por parte: $1\,200 : 10 = 120$ €. Reciben 240, 360 y 600 €.
b. Suma: 30. Por parte: $9\,000 : 30 = 300$ €. Reciben $3\,600$ y $5\,400$ €.
c. Inversa: se reparte en proporción a $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$, es decir, a 3 y 2. Suma: 5; por parte: $150 : 5 = 30$. Reciben 90 y 60 €.
d. $240 + 360 + 600 = 1\,200$; $3\,600 + 5\,400 = 9\,000$; $90 + 60 = 150$.

Solución del ejercicio 15

a. $480 : 24 = 20$ € y $480 : 30 = 16$ €.
b. Inversa: al aumentar los alumnos, disminuye el precio por alumno, y el producto es constante: $24 \cdot 20 = 30 \cdot 16 = 480$.
c. $480 : 15 = 32$ alumnos.
d. El instituto paga $0{,}25 \cdot 480 = 120$ €. Quedan 360 € y $360 : 30 = 12$ € por alumno.
e. $12 + 4{,}50 = 16{,}50$ € por alumno.

Solución del ejercicio 16

a. El tren cubre 360 km en 4 horas: $360 : 4 = 90$ km/h.
b. Dividimos la distancia entre cada velocidad: A 120 km/h: $360 : 120 = 3$ h. A 72 km/h: $360 : 72 = 5$ h.
c. Dividimos la distancia entre el tiempo: $360 : 2{,}5 = 144$ km/h.
d. Comprobamos que el producto es constante: Inversa: el producto velocidad por tiempo es constante e igual a la distancia (360 km).

Solución del ejercicio 17

a. Cada año multiplicamos por 1,02: 1 año: $50\,000 \cdot 1{,}02 = 51\,000$. 2 años: $51\,000 \cdot 1{,}02 = 52\,020$.
b. Multiplicamos tres veces por 1,02: 3 años: $50\,000 \cdot 1{,}02^3 = 53\,060{,}4 \approx 53\,060$ habitantes.
c. Dividimos la población final entre la inicial: $\frac{53\,060{,}4}{50\,000} = 1{,}061208$: el aumento total es del $6{,}12\,\%$ (y no del 6 % porque el 2 % se aplica sobre una cantidad cada vez mayor).
d. Una bajada del 1,5 % da un índice de 0,985: $60\,000 \cdot 0{,}985^2 = 58\,213{,}5 \approx 58\,214$ habitantes.

Solución del ejercicio 18

a. Un 15 % de descuento deja el 85 %: $600 \cdot 0{,}85 = 510$ €.
b. El cupón se aplica sobre 510 €: $510 \cdot 0{,}90 = 459$ €.
c. Comparamos 459 € con los 600 € de partida: $\frac{459}{600} = 0{,}765$, es decir, descuento del $23{,}5\,\%$.
d. Quitamos el IVA dividiendo entre 1,21 y restamos: Precio sin IVA: $459 : 1{,}21 \approx 379{,}34$ €. IVA: $459 - 379{,}34 = 79{,}66$ €.

Respuesta: el televisor cuesta finalmente 459 €.

Solución del ejercicio 19

a. Suma: $3 + 2 + 1 = 6$ partes; cada parte son $18 : 6 = 3$ L. Blanco: 9 L; azul: 6 L; amarillo: 3 L.
b. 4 L de azul son 2 partes de 2 L: la mezcla total tendrá 6 partes $= 12$ L.
c. $9 \cdot 6 + 6 \cdot 9 + 3 \cdot 12 = 54 + 54 + 36 = 144$ €.
d. $\frac{144}{18} = 8$ € por litro.

Solución del ejercicio 20

a. Índice total: $1{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96$. No vuelve: baja un 4 %.
b. Índice: $1{,}25$; para volver hay que multiplicar por $\dfrac{1}{1{,}25} = 0{,}8$: bajada del 20 %.
c. $0{,}5 \cdot 1{,}5 = 0{,}75$: queda en el 75 % del precio inicial, es decir, baja un 25 %.
d. $77 : 1{,}1 = 70$. El 10 % de 77 es $7{,}7$, que no es el aumento original (que fue 7).