Soluciones - Probabilidad

Curso: 2 Eso

Solución del ejercicio 1

a. El resultado de la moneda no se puede predecir: Aleatorio. Espacio muestral: $E = \{C, X\}$ (cara, cruz).
b. Aquí el resultado es siempre el mismo: Determinista: siempre hierve.
c. Puede salir cualquiera de los 8 sectores: Aleatorio. $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.
d. Anotamos solo el palo, no el número: Aleatorio. $E = \{\text{oros}, \text{copas}, \text{espadas}, \text{bastos}\}$.

Un experimento determinista no tiene espacio muestral aleatorio porque su resultado es seguro.

Solución del ejercicio 2

a. Hay 6 casos posibles; contamos los pares: Casos favorables: 2, 4, 6. $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
b. Los múltiplos de 3 hasta 6 son dos: Favorables: 3 y 6. $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
c. Mayores que 4 son el 5 y el 6: Favorables: 5 y 6. $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
d. Un primo tiene exactamente dos divisores: Primos: 2, 3, 5. $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (el 1 no es primo).
e. Un 7 no puede salir y cualquier cara es menor que 7: $P(7) = 0$ (suceso imposible) y $P(\text{menor que } 7) = 1$ (suceso seguro).

Solución del ejercicio 3

a. Sumamos todas las bolas y contamos las rojas: Total: 10 bolas. $P = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.
b. Usamos el suceso contrario: $P(\text{no azul}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.
c. Roja y verde son incompatibles; sumamos los casos: $\frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}$.
d. Planteamos una ecuación con a bolas amarillas: Con a amarillas: $\frac{a}{10+a} = \frac{1}{3}$, $3a = 10 + a$, $a = 5$ bolas amarillas.

Comprobación: con 5 amarillas hay 15 bolas y $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

Solución del ejercicio 4

a. Cada palo tiene 10 cartas: $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$.
b. Hay un rey por palo: 4 reyes: $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$.
c. Sota, caballo y rey en cada uno de los 4 palos: $3 \cdot 4 = 12$ figuras: $\frac{12}{40} = \frac{3}{10}$.
d. Solo existe un as de espadas: Una sola carta: $\frac{1}{40}$.
e. Usamos el suceso contrario de «figura»: $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ (28 cartas).

Siempre hay 40 casos posibles, uno por carta.

Solución del ejercicio 5

a. La probabilidad del contrario es 1 menos la del suceso: .
b. Al ser incompatibles, sumamos sus probabilidades: $P(A \cup B) = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$.
c. Primero la unión de castaño y rubio, luego el contrario: $P(\text{castaño o rubio}) = 0{,}45 + 0{,}30 = 0{,}75$. La otra: $1 - 0{,}75 = 0{,}25$.
d. Un suceso y su contrario siempre suman 1: No: $0{,}7 + 0{,}4 = 1{,}1 \neq 1$. La suma de un suceso y su contrario debe ser 1.

Solución del ejercicio 6

a. Cara: $\frac{108}{200} = 0{,}54$. Cruz: $\frac{92}{200} = 0{,}46$.
b. Teórica: $0{,}5$. Diferencia: $0{,}54 - 0{,}5 = 0{,}04$.
c. $1\,000 \cdot 0{,}5 = 500$ caras esperadas (aunque saldrá un número próximo, no exacto).
d. Por la ley de los grandes números: al repetir muchas veces el experimento, la frecuencia relativa se estabiliza alrededor de la probabilidad.

Solución del ejercicio 7

a. Sumamos los chicos y chicas que prefieren fútbol: Fútbol: $8 + 3 = 11$. $P = \frac{11}{30}$.
b. Buscamos la casilla que cumple las dos condiciones: Chicas que prefieren natación: 6. $P = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.
c. Ahora los casos posibles son solo las 15 chicas: Hay 15 chicas, de las cuales 6

eligen natación: $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

d. Contamos todos los chicos y añadimos solo las chicas de baloncesto: Chicos: 15. Chicas con baloncesto: 6. Total: $15 + 6 = 21$ (sin contar dos veces a los chicos con baloncesto). $P = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$.

Solución del ejercicio 8

a. Buscamos en la tabla los resultados que suman 7: Resultados con suma 7: $(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)$. $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b. Contamos los resultados con suma 10, 11 y 12: Suma 10: 3 resultados; 11: 2; 12: 1. Total 6: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c. Los dobles están en la diagonal de la tabla: $(1,1), \ldots, (6,6)$: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

d. La suma es par cuando los dos dados son pares o los dos impares: Suma 2: solo $(1,1)$: $\frac{1}{36}$. Suma par: $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

Los 36 resultados de la tabla de doble entrada son igual de probables.

Solución del ejercicio 9

a. Cada lanzamiento tiene 2 resultados; multiplicamos: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$: CCC, CCX, CXC, CXX, XCC, XCX, XXC, XXX.

b. Contamos las ramas con exactamente dos C: CCX, CXC, XCC: $\frac{3}{8}$.

c. Usamos el contrario de «al menos una cara», que es «ninguna cara»: El contrario es XXX: $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

d. Solo una rama tiene tres caras: Solo CCC: $\frac{1}{8}$.

Solución del ejercicio 10

a. Primera extracción: $P(R) = \frac{4}{6}$ y $P(A) = \frac{2}{6}$. Si la primera es roja, quedan 3 rojas y 2 azules (5 bolas): $P(R) = \frac{3}{5}$ y $P(A) = \frac{2}{5}$. Si la primera es azul, quedan 4 rojas y 1 azul: $P(R) = \frac{4}{5}$ y $P(A) = \frac{1}{5}$.

b. $\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$.

c. $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$.
d. $1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{15} = \frac{15-6-1}{15} = \frac{8}{15}$. También: $\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$.

Solución del ejercicio 11

a. Contamos los múltiplos de 4 entre 1 y 12: Múltiplos de 4: 4, 8, 12. $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.
b. Escribimos los primos hasta 12: Primos: 2, 3, 5, 7, 11. $\frac{5}{12}$.
c. Contamos los números 10, 11 y 12: 10, 11, 12: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.
d. Hay tantos pares como impares: Impares: 6. $P(\text{impar}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ y $P(\text{par}) = \frac{1}{2}$. Suma: 1.

En los 12 sectores iguales cada número tiene probabilidad $\frac{1}{12}$.

Solución del ejercicio 12

a. No llover el sábado es lo contrario de llover, con 70 %: $1 - 0{,}7 = 0{,}3$.
b. Al ser independientes, multiplicamos: $0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}28$.
c. Multiplicamos las probabilidades de no llover: $0{,}3 \cdot 0{,}6 = 0{,}18$.
d. Sumamos los dos caminos posibles: Llueve solo el sábado: $0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}42$. Llueve solo el domingo: $0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}12$. Total: $0{,}54$. Comprobación: $0{,}28 + 0{,}18 + 0{,}54 = 1$.

Solución del ejercicio 13

a. Multiplicamos el porcentaje por el número de bombillas: $0{,}05 \cdot 200 = 10$ bombillas.
b. Una bombilla correcta es lo opuesto a una defectuosa: $1 - 0{,}05 = 0{,}95$.
c. Las bombillas se eligen de forma independiente, así que se multiplican las probabilidades: $0{,}95 \cdot 0{,}95 = 0{,}9025$.
d. «Al menos una defectuosa» es el contrario de «las dos correctas»: Es el contrario de que las dos sean correctas: $1 - 0{,}9025 = 0{,}0975$.

Aunque solo el 5 % sale defectuoso, casi el 10 % de las parejas tiene alguna bombilla mala.

Solución del ejercicio 14

a. Aplicamos el principio de multiplicación: $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ menús.
b. Contamos los menús con pescado: La mitad de los menús llevan pescado:

$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

c. Fijamos ensalada y fruta, y el segundo puede ser cualquiera: Ensalada y fruta, con cualquier segundo: 2 menús. $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

d. Contamos las opciones permitidas en cada plato: Primeros distintos de sopa: 2; segundos: 2; postre fruta: 1. $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$ menús, $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Solución del ejercicio 15

a. Sumamos todos los boletos premiados: Premios: $1 + 3 + 10 = 14$.
$P = \frac{14}{200} = \frac{7}{100} = 0{,}07$.

b. Solo hay un premio gordo: $P = \frac{1}{200} = 0{,}005$.

c. Multiplicamos cada premio por su cantidad:
$100 + 3 \cdot 20 + 10 \cdot 5 = 100 + 60 + 50 = 210$ €.

d. Calculamos lo recaudado y restamos los premios: Recaudación: $200 \cdot 1{,}5 = 300$ €.
Beneficio: $300 - 210 = 90$ €.

e. Repartimos el dinero de premios entre todos los boletos: Valor medio:
$\frac{210}{200} = 1{,}05$ €, menos que los 1,50 € que cuesta: en promedio el comprador pierde 0,45 € por boleto.

Solución del ejercicio 16

a. Contamos en la tabla los casos con suma 7: Suma 7: 6 casos de 36: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b. Contamos los casos con suma 6 y con suma 8: Suma 6: 5 casos; suma 8: 5 casos.
Total 10: $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

c. Comparamos las dos probabilidades: No es justo: $\frac{5}{18} \approx 0{,}278 > \frac{1}{6} \approx 0{,}167$, Beto tiene más posibilidades.

d. Restamos de 1 las dos probabilidades anteriores: $1 - \frac{6}{36} - \frac{10}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$.

Solución del ejercicio 17

a. Cada día tiene dos ramas: puntual o no puntual. Cada día: puntual 0,8 y no puntual 0,2; cada rama del segundo día repite esas probabilidades.

b. Multiplicamos a lo largo de la rama puntual-puntual: $0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}64$.

c. Multiplicamos a lo largo de la rama no-no: $0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$.

d. Restamos de 1 los dos casos anteriores: $1 - 0{,}64 - 0{,}04 = 0{,}32$. También: $0{,}8 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}32$.

Las tres probabilidades suman $0{,}64 + 0{,}04 + 0{,}32 = 1$.

Solución del ejercicio 18

a. Multiplicamos cada porcentaje por los 20 partidos: Victorias: $0{,}6 \cdot 20 = 12$. Empates: $0{,}25 \cdot 20 = 5$. Derrotas: $0{,}15 \cdot 20 = 3$.
b. Multiplicamos victorias por 3 y empates por 1: $12 \cdot 3 + 5 \cdot 1 = 41$ puntos esperados.
c. No perder es el suceso contrario de perder: $1 - 0{,}15 = 0{,}85$.
d. Dos partidos independientes: la probabilidad de ganar ambos es el producto: $0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$.

Son valores esperados: el resultado real puede ser algo distinto.

Solución del ejercicio 19

a. Dividimos las veces que ocurre entre los lanzamientos: $\dfrac{310}{500} = 0{,}62$.
b. «Punta abajo» completa la probabilidad de «punta arriba»: $1 - 0{,}62 = 0{,}38$.
c. Multiplicamos la frecuencia por los nuevos lanzamientos: $2\,000 \cdot 0{,}62 = 1\,240$ veces.
d. Comparamos las frecuencias con 100 y con 500 lanzamientos: Con 100 lanzamientos la frecuencia es $0{,}55$, y con 500 es $0{,}62$. Cuantas más repeticiones, más estable es la frecuencia, según la ley de los grandes números.

Solución del ejercicio 20

a. Fijado el día de la primera persona, la segunda debe coincidir: $P = \dfrac{1}{365} \approx 0{,}0027$.
b. Cada persona nueva debe evitar los días ya ocupados: Distintos: $\dfrac{365}{365} \cdot \dfrac{364}{365} \cdot \dfrac{363}{365} \approx 0{,}9918$. Al menos dos coinciden: $1 - 0{,}9918 \approx 0{,}0082$.
c. Contamos los resultados con suma de 8 a 12: Suma 8: 5; 9: 4; 10: 3; 11: 2; 12: 1. Total 15: $\dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$.
d. Con tres dados, cada uno con 6 caras, el número de resultados es un producto: $6^3 = 216$ resultados; tres seises: $\dfrac{1}{216} \approx 0{,}0046$.