Ejercicios - Números enteros, potencias y raíces

Curso: 2 Eso · 20

Se debe mostrar el desarrollo de cada ejercicio.

Ejercicio 1

Ejercicio 1 – Una mañana de enero

Esta mañana de enero, el servicio meteorológico ha publicado las temperaturas mínimas de seis ciudades españolas, que aparecen en la tabla.

Ciudad	Burgos	Madrid	Barcelona	Sevilla	León	Granada
Mínima (°C)	-4	3	9	14	-2	1

a. Ordena las temperaturas de la más baja a la más alta y represéntalas sobre una recta numérica.
b. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre Sevilla y Burgos?
c. ¿Qué ciudades tienen una temperatura con valor absoluto menor que 3 °C?
d. Por la tarde la temperatura sube 7 °C en Burgos y baja 5 °C en Barcelona. ¿Cuál es ahora la temperatura en cada ciudad?

Ejercicio 2

Ejercicio 2 – Sumas y restas con paréntesis

Quita los paréntesis aplicando la regla de los signos y calcula paso a paso.

a. $(-8)+(+5)-(-3)$
b. $12-(-7)+(-9)$
c. $-(-6)-(+10)+(-4)$
d. $(-15)-(-15)+(-1)$
e. $-3-(-8)-(+2)+(-7)+10$

Ejercicio 3

Ejercicio 3 – Productos y cocientes

Aplica la regla de los signos: igual signo da resultado positivo y distinto signo da resultado negativo.

a. $(-6)\cdot 4$
b. $(-5)\cdot(-7)$
c. $18:(-3)$
d. $(-24):(-6)$

e. $(-2)\cdot(-3)\cdot(-4)$
f. $(-60):(+12)\cdot(-3)$

Ejercicio 4

Ejercicio 4 – Operaciones combinadas

Respeta siempre la jerarquía: paréntesis, potencias y raíces, multiplicaciones y divisiones, y por último sumas y restas.

a. $5-(-2)\cdot 3$
b. $-20:(-5)+(-6)$
c. $(7-12)\cdot(3-8)$
d. $4\cdot(-3)^2-10:(-2)$
e. $-15:[\,2-(5-8)\,]+4\cdot(-2)$

Ejercicio 5

Ejercicio 5 – El signo de las potencias

Calcula y explica de qué depende el signo del resultado.

a. $(-2)^4$ y -2^4
b. $(-3)^3$ y -3^3
c. $(-1)^{25}$ y $(-1)^{40}$
d. 10^3, 10^0 y 10^{-2}
e. $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

Ejercicio 6

Ejercicio 6 – Una sola potencia

Escribe cada expresión como una única potencia y calcula su valor cuando sea sencillo.

a. $2^5\cdot 2^{-2}$
b. $\frac{3^6}{3^4}$
c. $(5^2)^2$
d. $7^3\cdot 7^{-3}$
e. $\frac{2^3\cdot 2^6}{2^4}$
f. $(-3)^2\cdot(-3)^3$

Ejercicio 7

Ejercicio 7 – El aparcamiento del centro comercial

El aparcamiento de un centro comercial de Madrid tiene tres sótanos y cuatro plantas sobre la calle. Se numeran con enteros: la planta de calle es 0, las plantas altas son 1, 2, 3 y 4, y los sótanos son -1, -2 y -3. Marcos deja el coche en el sótano -3 y sube en ascensor a la planta 2 para ir al cine.

a. ¿Cuántas plantas sube Marcos en el ascensor?
b. Después baja a la planta -1 para comprar en el supermercado. ¿Cuántas plantas baja?
c. Desde allí sube a la planta 4 para comer. ¿Qué entero representa su desplazamiento total desde el sótano -3 hasta la planta 4, contando las subidas como positivas y las bajadas como negativas?
d. ¿Cuántas plantas recorre en total en el ascensor, sin tener en cuenta si suben o bajan?

Ejercicio 8

Ejercicio 8 – De la montaña al fondo del mar

En una actividad de ciencias el profesor presenta altitudes de distintos lugares: el Teide (Tenerife) mide 3 718 m sobre el nivel del mar, el Mulhacén (Sierra Nevada) 3 479 m, la ciudad de Madrid está a unos 650 m y un submarinista del club de buceo de Cartagena baja hasta -35 m. Una cueva costera se encuentra a -12 m.

a. ¿Cuántos metros más alto es el Teide que el Mulhacén?
b. ¿Qué distancia vertical hay entre el submarinista y la cumbre del Teide?
c. ¿Qué distancia hay entre el submarinista y la cueva?
d. Si el submarinista sube 20 m desde su punto más profundo, ¿a qué altitud queda? ¿Y si luego baja 8 m?

Ejercicio 9

Ejercicio 9 – Las cuentas del club de fútbol sala

El tesorero de un club de fútbol sala apunta cada mes los ingresos (positivos) y los gastos (negativos). Al empezar septiembre el saldo de la cuenta era de -60 € (descubierto).

Mes	Movimiento (€)
Septiembre (cuotas de socios)	480
Octubre (compra de balones)	-135
Noviembre (torneo)	-210
Diciembre (lotería)	325
Enero (arbitrajes)	-95

a. Calcula el saldo al final de cada mes.
b. ¿En qué momento el saldo fue más bajo? ¿Y más alto?
c. El club necesita acabar la temporada con al menos 300 €. ¿Cuánto le falta o le sobra después de enero?

Ejercicio 10

Ejercicio 10 – Baldosas cuadradas

Para el patio de un colegio de Zaragoza se quiere cubrir un cuadrado con baldosas cuadradas todas iguales, sin romper ninguna.

a. Calcula $\sqrt{49}$, $\sqrt{121}$ y $\sqrt{225}$.
b. Con 169 baldosas se forma un cuadrado perfecto. ¿Cuántas baldosas hay en cada lado?
c. ¿Se puede formar un cuadrado perfecto con 200 baldosas? Razona la respuesta con los cuadrados perfectos más próximos.
d. ¿Cuántas baldosas faltan para completar el siguiente cuadrado perfecto si se tienen 200?

Ejercicio 11

Ejercicio 11 – Números muy grandes

La luz del Sol tarda unos 8 minutos en llegar a la Tierra, que está a unos $150\,000\,000$ km de distancia. Un disco duro tiene una capacidad de $2 \cdot 10^{12}$ bytes y la masa de un grano de arena es del orden de $0{,}000\,001$ kg.

a. Escribe $150\,000\,000$ km en notación científica.
b. Escribe $0{,}000\,001$ kg como potencia de 10.
c. Escribe $2 \cdot 10^{12}$ con todas sus cifras.
d. Calcula $(3 \cdot 10^4) \cdot (2 \cdot 10^3)$ y $\dfrac{6 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^5}$ en notación científica.

Ejercicio 12

Ejercicio 12 – La cámara frigorífica del restaurante

En la cocina de un restaurante de Bilbao la cámara de congelados está a -18 °C. Un lunes se estropea el motor y la temperatura sube 5 °C cada hora. Al cabo de 4 horas llega el técnico, que consigue que baje 3 °C cada media hora.

a. ¿Qué temperatura hay en la cámara cuando llega el técnico?
b. ¿Cuánto tiempo necesita el técnico para volver a -18 °C?
c. Los alimentos no deben superar los -6 °C. ¿Cuántas horas tras la avería se alcanza justo esa temperatura? ¿Se superó ese límite?

Ejercicio 13

Ejercicio 13 – Juego de cartas con puntos

Cuatro amigos juegan a un juego de mesa en el que cada ronda se gana o se pierde una cantidad entera de puntos. La tabla recoge las cuatro primeras rondas.

Jugador	Ronda 1	Ronda 2	Ronda 3	Ronda 4
Lucía	8	-5	3	-10
Pablo	-6	9	-3	12
Ana	4	4	-12	5
Iván	-2	-7	10	-3

a. Calcula la puntuación total de cada jugador.
b. ¿Quién va ganando y quién perdiendo? ¿Qué diferencia hay entre el primero y el último?
c. En la quinta ronda Lucía multiplica por -2 su puntuación total y Pablo la divide entre -3. ¿Cuántos puntos tienen ahora?

Ejercicio 14

Ejercicio 14 – Bacterias en el laboratorio

En el laboratorio del instituto se observa un cultivo de bacterias. Al inicio hay 1 bacteria y la población se duplica cada hora.

Hora	1	2	3	4	5
Bacterias	2	4	8	16	32

a. Completa la tabla de las primeras horas escribiendo cada población como potencia de 2.
b. ¿Cuántas bacterias habrá a las 10 horas?
c. ¿Cuántas habrá a las 12 horas? Exprésalo como producto de potencias y calcúlalo.
d. ¿A partir de qué hora se superan las 1 000 bacterias?

Ejercicio 15

Ejercicio 15 – Excursión a Sierra Nevada

Un grupo de 2.º de ESO de Granada sube a Sierra Nevada a hacer una ruta de senderismo. En el pueblo, a 1 200 m, el termómetro marca 12 °C a las 9 de la mañana. La profesora explica que, por cada 1 000 m que se sube, la temperatura baja unos 6 °C. Se visitan los lugares de la tabla, ordenados por altitud, y se supone que la temperatura solo depende de la altitud.

Lugar	Altitud
Pueblo (1 200 m)	1200
Refugio (2 100 m)	2100
Borreguiles (2 600 m)	2600
Veleta (3 396 m)	3396

a. Calcula la temperatura aproximada en el refugio, en Borreguiles y en el Veleta (redondea a las décimas).
b. ¿A qué altitud la temperatura sería de 0 °C?
c. Al día siguiente, en el pueblo hay -3 °C. ¿Qué temperatura habría en el Veleta?
d. Un alumno afirma: «Bajamos 6 °C por cada 1 000 m, luego a 3 396 m hacen -6 °C». Explica el error de ese razonamiento.

Ejercicio 16

Ejercicio 16 – Torneo de pádel

El club de pádel de un pueblo de Alicante organiza una liguilla. Un partido ganado suma 3 puntos, uno empatado suma 1 punto y uno perdido resta 1 punto (por el alquiler de la pista). Las parejas han jugado diez partidos y la tabla muestra sus resultados.

Pareja	Ganados	Empatados	Perdidos
Los Rápidos	6	1	3
Las Águilas	5	3	2
Los Cóndores	4	2	4
Los Búhos	2	1	7

a. Calcula los puntos de cada pareja con una expresión con números enteros.
b. ¿Qué parejas ocupan el primer puesto? ¿Cuántos puntos le sacan a la última?
c. Los Cóndores juegan un partido más. ¿Pueden alcanzar a los líderes? Razona la respuesta.
d. ¿Es posible que una pareja tenga puntuación negativa tras diez partidos? Pon un ejemplo.

Ejercicio 17

Ejercicio 17 – Doblar un papel

Un papel de 0,1 mm de grosor se dobla por la mitad una y otra vez. Cada doblez duplica el grosor. Se pretende averiguar qué altura alcanzaría tras muchos dobleces (en la realidad es imposible doblar tantas veces, pero el cálculo es un buen ejercicio de potencias).

Dobleces	0	1	2	3	4
Grosor (mm)	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6

a. Escribe el grosor tras n dobleces como una expresión con una potencia de 2.
b. Calcula el grosor tras 10 dobleces y exprésalo en centímetros.
c. Calcula el grosor tras 20 dobleces en metros.
d. ¿Cuántos dobleces hacen falta para superar la altura de la Torre de Collserola (288 m)? Compáralo con el resultado de 30 dobleces.

Ejercicio 18

Ejercicio 18 – Las entradas del estadio

Un estadio tiene 4 tribunas. Cada tribuna tiene 2^4 filas y cada fila 2^5 asientos. Para un partido de Liga, la policía detecta entradas falsas: 3 el primer día, 6 el segundo, 12 el tercero y así duplicando cada día.

a. Calcula el número de asientos de cada tribuna usando propiedades de las potencias.
b. ¿Cuántos asientos tiene todo el estadio?
c. Escribe el número de entradas falsas del día n y calcula el total detectado en los primeros 6 días.
d. Un periodista afirma: «ya hay más de 1 000 entradas falsas en total». ¿Desde qué día es cierto?

Ejercicio 19

Ejercicio 19 – El mural de azulejos

En un taller de cerámica de Talavera se prepara un mural cuadrado con azulejos cuadrados de 15 cm de lado. El mural tiene 169 azulejos. El artesano cobra 2,50 € por azulejo pintado y quiere enmarcar el mural con una cenefa de 1,80 € por metro.

a. ¿Cuántos azulejos hay en cada lado del mural?
b. ¿Cuánto mide el lado del mural en centímetros y en metros?
c. Calcula el coste de pintar todos los azulejos.
d. Calcula el perímetro del mural y el coste de la cenefa, redondeando al céntimo.
e. Si el artesano quisiera ampliarlo al siguiente cuadrado perfecto, ¿cuántos azulejos más necesitaría y cuánto costaría pintarlos?

Ejercicio 20

Ejercicio 20 – Desafío: la cifra de las unidades

Fíjate en las potencias de 7: $7^1 = 7$, $7^2 = 49$, $7^3 = 343$, $7^4 = 2\,401$, $7^5 = 16\,807$...

a. Escribe la cifra de las unidades de $7^1, 7^2, \ldots, 7^8$ y descubre el patrón.
b. ¿Cuál es la cifra de las unidades de 7^{2026}?

c. Calcula, sin calculadora, el valor de $\dfrac{(-2)^6 \cdot 4^2}{2^8}$ y razona qué propiedades usas.

d. ¿Puede terminar en 7 un cuadrado perfecto? Justifícalo con las cifras de las unidades de $0^2, 1^2, \ldots, 9^2$.